



MATHAGO

Schularbeit

Integralrechnung

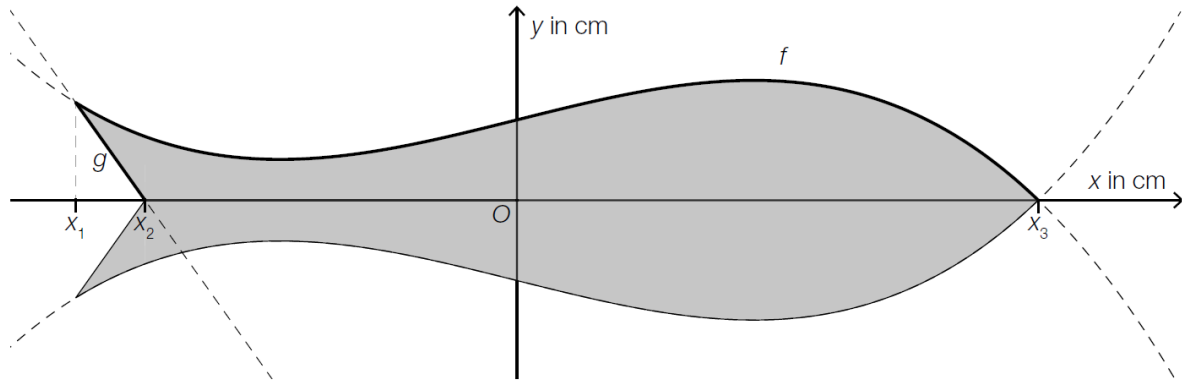
Die Mathago Schularbeit besteht aus 6 kurzen Aufgaben (Ankreuzaufgaben, Grundkompetenzen, etc.) und 2 bis 3 längeren Textaufgaben. Diese stammen aus dem Aufgabenpool und den Kompensationsprüfungen des BMBWF. Die Punkteverteilung sieht wie folgt aus:

22 – 24 Punkte	Sehr Gut
19 – 21 Punkte	Gut
16 – 18 Punkte	Befriedigend
12 – 15 Punkte	Genügend
0 – 11 Punkte	Nicht Genügend

Aufgabe 1 (2 Punkte)

Die unten stehende Abbildung zeigt den Entwurf für das Logo eines Fischzüchters.

Die Abbildung des Logos ist symmetrisch bezüglich der x -Achse. Die obere Begrenzungsline des Logos wird durch die Graphen der linearen Funktion g und der Polynomfunktion 3. Grades f beschrieben.



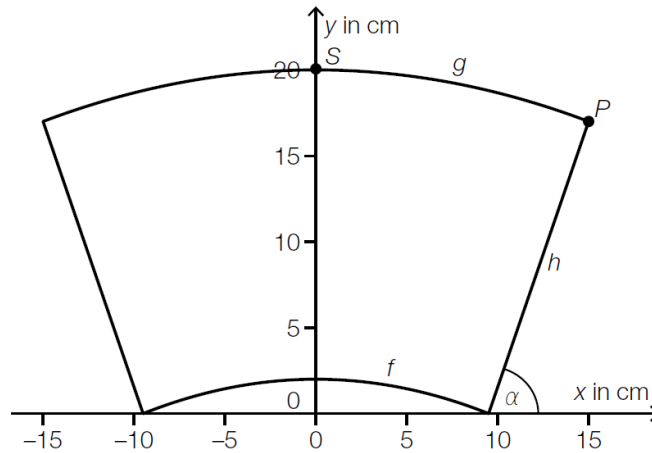
$x, f(x), g(x) \dots$ Koordinaten in cm

- 1) Erstellen Sie mithilfe von x_1, x_2, x_3, f und g eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche dieses Logos.

$A =$ _____

Aufgabe 2 (2 Punkte)

Die nachstehende modellhafte Abbildung zeigt die zur y -Achse symmetrische Sitzfläche eines Kinderhockers in der Ansicht von oben.



Die rechte Begrenzungsline der Sitzfläche wird durch die lineare Funktion h beschrieben. Sie verläuft durch den Punkt $P = (15 | 17)$ und hat bei $x = 9,5$ eine Nullstelle.

Clemens möchte den Flächeninhalt der Sitzfläche berechnen.

1) Kreuzen Sie den zutreffenden Ausdruck für diese Berechnung an. [1 aus 5]

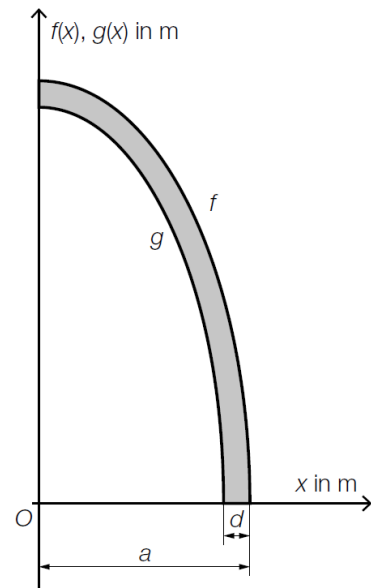
$2 \cdot \int_0^{15} g(x) dx - \int_0^{9,5} f(x) dx - 17 \cdot 5,5$	<input type="checkbox"/>
$2 \cdot \left(\int_0^{15} g(x) dx - \int_0^{9,5} f(x) dx - 17 \cdot 5,5 \right)$	<input type="checkbox"/>
$2 \cdot \left(\int_0^{15} g(x) dx - \int_0^{9,5} f(x) dx - \frac{17 \cdot 5,5}{2} \right)$	<input type="checkbox"/>
$2 \cdot \int_0^{15} (g(x) - f(x)) dx - 17 \cdot 5,5$	<input type="checkbox"/>
$2 \cdot \int_0^{15} (g(x) - f(x)) dx - \frac{17 \cdot 5,5}{2}$	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 3 (2 Punkte)

Lärmschutzwand

In der nebenstehenden Abbildung ist der Querschnitt einer Lärmschutzwand modellhaft in einem Koordinatensystem dargestellt.

Die Graphen der Funktionen g und f bilden die linke und rechte Begrenzungslinie des Querschnitts.



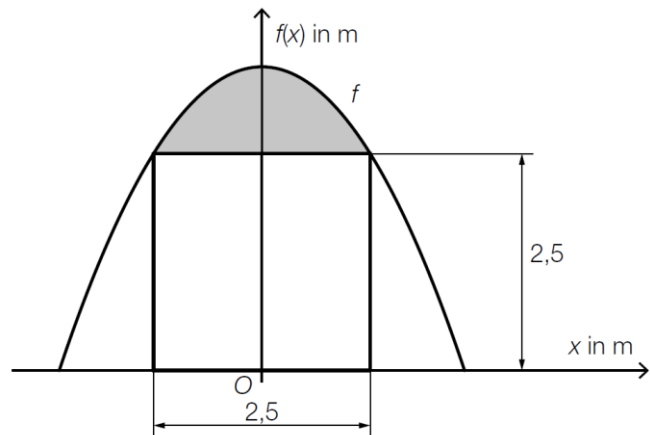
Es soll der Inhalt A der grau markierten Querschnittsfläche ermittelt werden.

1) Tragen Sie die fehlenden Ausdrücke in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$$A = \int_{\boxed{}}^{\boxed{}} f(x) dx - \int_{\boxed{}}^{\boxed{}} g(x) dx$$

Aufgabe 4 (2 Punkte)

In der nebenstehenden Abbildung ist das Modell *Buche* in der Ansicht von vorne dargestellt. Die obere Begrenzungslinie kann durch den Graphen der Funktion f beschrieben werden. Der Graph von f ist symmetrisch zur senkrechten Achse.



- 1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung des Inhalts A der grau markierten Fläche auf.

$A =$ _____

Aufgabe 5 (2 Punkte)

Für eine Polynomfunktion f gilt:

x	$f(x)$	$f'(x)$	$f''(x)$
0	-4	0	-10
1	-8	-6	2

- Geben Sie den Wert des bestimmten Integrals $\int_0^1 f'(x) dx$ an.

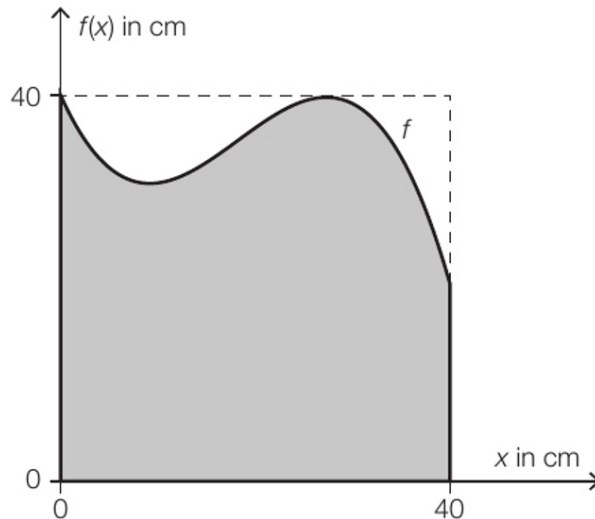
Aufgabe 6 (2 Punkte)

Betrachtet wird eine lineare (nicht konstante) Funktion f , für die $\int_0^3 f(x) dx = 0$ gilt.

– Geben Sie die Nullstelle von f an und begründen Sie Ihre Entscheidung.

Aufgabe 7 (2 Punkte)

Die Fenster des Baumhauses sollen eine spezielle Form haben (siehe grau markierte Fläche in der nachstehenden Abbildung).



Die obere Begrenzungslinie des Fensters kann näherungsweise durch den Graphen der Funktion f beschrieben werden.

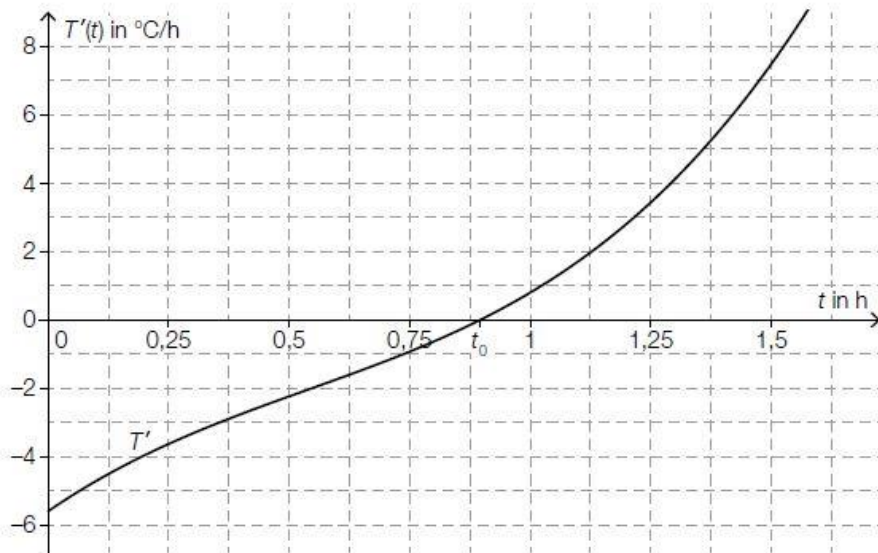
$$f(x) = -0,003 \cdot x^3 + 0,164 \cdot x^2 - 2,25 \cdot x + 40 \quad \text{mit } 0 \leq x \leq 40$$

$x, f(x)$... Koordinaten in cm

- 1) Berechnen Sie, um wie viel Prozent die Fensterfläche in der dargestellten Form kleiner als die Fensterfläche eines quadratischen Fensters mit der Seitenlänge 40 cm ist.

Aufgabe 8 (4 Punkte)

- c) Während eines Nachmittags, an dem es ein Gewitter gab, wurde die Veränderung der Temperatur ermittelt. Die Funktion T' beschreibt die momentane Änderungsrate der Temperatur in Abhängigkeit von der Zeit t (siehe nachstehende Abbildung).



t ... Zeit seit Beginn der Messung in h

$T'(t)$... momentane Änderungsrate der Temperatur zur Zeit t in $^{\circ}\text{C/h}$

Die Funktion T' hat an der Stelle t_0 eine Nullstelle (siehe obige Abbildung).

- 1) Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an. [1 aus 5]

Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Maximumstelle.	<input type="checkbox"/>
Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Minimumstelle.	<input type="checkbox"/>
Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Nullstelle.	<input type="checkbox"/>
Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine Wendestelle.	<input type="checkbox"/>
Jede Stammfunktion von T' hat an der Stelle t_0 eine positive Steigung.	<input type="checkbox"/>

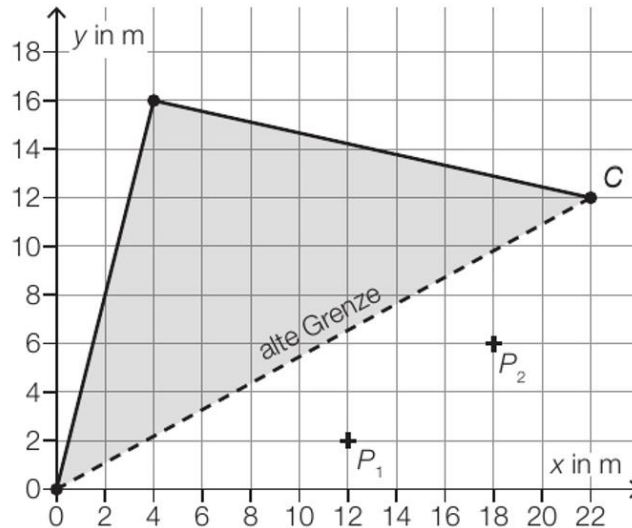
Die absolute Temperaturänderung in einem Zeitintervall $[t_1; t_2]$ kann durch das Integral $\int_{t_1}^{t_2} T'(t) dt$ berechnet werden.

- 2) Bestimmen Sie mithilfe der obigen Abbildung näherungsweise die absolute Temperaturänderung im Zeitintervall $[1,25; 1,5]$.

Aufgabe 9 (6 Punkte)

Ein anderes dreieckiges Grundstück wird erweitert.

Die neue Grenze soll nun nicht mehr direkt vom Koordinatenursprung zum Punkt C verlaufen, sondern über die beiden markierten Punkte P_1 und P_2 (siehe nachstehende Abbildung).



Der Verlauf dieser neuen Grenze soll durch den Graphen einer Polynomfunktion f mit $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ beschrieben werden.

- 1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten von f .
- 2) Berechnen Sie die Koeffizienten von f .
- 3) Berechnen Sie, um wie viele Quadratmeter der Flächeninhalt des Grundstücks durch die Erweiterung zunimmt.