Name:	
Klasse:	

Standardisierte kompetenzorientierte
schriftliche Reifeprüfung

AHS

10. Jänner 2025

Mathematik

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

Hinweise zur Aufgabenbearbeitung

Sehr geehrte Kandidatin! Sehr geehrter Kandidat!

Das vorliegende Aufgabenheft enthält Teil-1-Aufgaben und Teil-2-Aufgaben (bestehend aus Teilaufgaben). Die Aufgaben bzw. Teilaufgaben sind unabhängig voneinander bearbeitbar. Ihnen stehen *270 Minuten* an Arbeitszeit zur Verfügung.

Verwenden Sie für die Bearbeitung ausschließlich dieses Aufgabenheft und das Ihnen zur Verfügung gestellte Arbeitspapier. Schreiben Sie Ihren Namen und Ihre Klasse in die dafür vorgesehenen Felder auf dem Deckblatt des Aufgabenhefts sowie Ihren Namen und die fortlaufende Seitenzahl auf jedes verwendete Blatt Arbeitspapier. Geben Sie bei der Beantwortung jeder Handlungsanweisung deren Bezeichnung (z. B.: 25a1) auf dem Arbeitspapier an.

In die Beurteilung wird alles einbezogen, was nicht durchgestrichen ist.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Eine Erläuterung der Antwortformate liegt im Prüfungsraum zur Durchsicht auf.

Handreichung für die Bearbeitung

- Lösungen müssen jedenfalls eindeutig als solche erkennbar sein.
- Lösungen müssen jedenfalls mit zugehörigen Einheiten angegeben werden, wenn dazu in der Handlungsanweisung explizit aufgefordert wird.

Bei offenen Antwortformaten steht für die Punktevergabe der Nachweis der jeweiligen Grundkompetenz im Vordergrund. Für die Bearbeitung offener Antwortformate wird empfohlen:

- den Lösungsweg, auch im Fall von Technologieeinsatz, nachvollziehbar zu dokumentieren,
- selbst gewählte Variablen zu erklären und gegebenenfalls mit den zugehörigen Einheiten anzugeben,
- frühzeitiges Runden zu vermeiden,
- Diagramme oder Skizzen zu beschriften.

So ändern Sie Ihre Antwort bei Aufgaben zum Ankreuzen:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreuzen Sie dann das gewünschte Kästchen an.

Hier wurde zuerst die Antwort „5 + 5 = 9“ gewählt und dann auf „2 + 2 = 4“ geändert.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	☒
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	☐
5 + 5 = 9	■
6 + 6 = 10	☐

So wählen Sie eine bereits übermalte Antwort:

1. Übermalen Sie das Kästchen mit der nicht mehr gültigen Antwort.
2. Kreisen Sie das gewünschte übermalte Kästchen ein.

Hier wurde zuerst die Antwort „2 + 2 = 4“ übermalt und dann wieder gewählt.

1 + 1 = 3	☐
2 + 2 = 4	■
3 + 3 = 5	☐
4 + 4 = 4	■
5 + 5 = 9	☐
6 + 6 = 10	☐

Beurteilungsschlüssel

erreichte Punkte	Note
32–36 Punkte	Sehr gut
27–31,5 Punkte	Gut
22–26,5 Punkte	Befriedigend
17–21,5 Punkte	Genügend
0–16,5 Punkte	Nicht genügend

Best-of-Wertung: Für die Aufgaben 26, 27 und 28 gilt eine Best-of-Wertung. Von diesen drei Teil-2-Aufgaben wird diejenige Aufgabe, bei der die niedrigste Punkteanzahl erreicht worden ist, nicht gewertet.

Viel Erfolg!

Aufgabe 1

Zahlenmengen

Gegeben sind die Mengen $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 0\}$ und $B = \{y \in \mathbb{Q} \mid -1 < y < 0\}$.

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

A und B enthalten jeweils ganze Zahlen.	☐
Die Summe zweier Elemente aus B liegt in jedem Fall in A.	☐
Jedes Element von B ist auch Element von A.	☐
Das Produkt zweier Elemente aus B liegt in jedem Fall in A.	☐
A und B sind jeweils eine Teilmenge der komplexen Zahlen.	☐

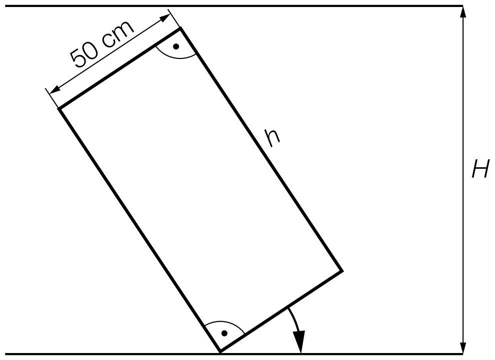
[0/1 P.]

Aufgabe 2

Kasten kippen

Ein Kasten mit der Höhe h (in cm) und einer Tiefe von 50 cm soll in einem Zimmer mit der Raumhöhe H (in cm) durch Hochkippen aufgestellt werden (siehe unten stehende Abbildung).

Beim Kippen des Kastens soll ein Abstand zur Zimmerdecke von 2 cm eingehalten werden.



Aufgabenstellung:

Ermitteln Sie einen Term, mit dem die maximale Höhe h des Kastens für jede Raumhöhe H mit $H \geq 52$ cm berechnet werden kann.

h = ____

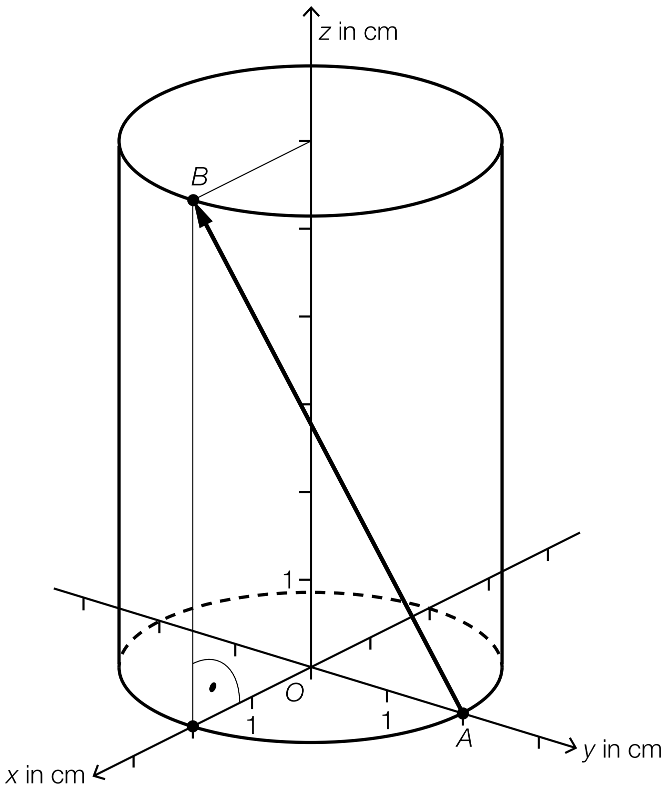
[0/1 P.]

Aufgabe 3

Vektoren im Drehzylinder

Gegeben ist ein 6 cm hoher Drehzylinder. Der Durchmesser der Grundfläche dieses Drehzylinders beträgt 4 cm, der Mittelpunkt dieser Grundfläche liegt im Koordinatenursprung. Die Grundfläche liegt in der *xy*-Ebene.

Die nachstehende Abbildung zeigt diesen Drehzylinder und den Vektor $\overrightarrow{AB}$.



Aufgabenstellung:

Tragen Sie die fehlenden Zahlen in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

$$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{pmatrix}$$

[0/1 P.]

Aufgabe 4

Koordinaten zweier Punkte

Gegeben sind die zwei Punkte $A = (x|3)$ und $B = (-2|y)$ mit $x, y \in \mathbb{R}$ sowie der Vektor $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \end{pmatrix}$.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie x und y.

$x =$ ______________________

$y =$ ______________________

[0/1 P.]

Aufgabe 5

Geradengleichungen

Gegeben sind die zwei Geraden g und h in $\mathbb{R}^3$.

$$g\colon X = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad t \in \mathbb{R}$$

$$h\colon X = B + u \cdot \vec{h} \quad \text{mit} \quad u \in \mathbb{R}$$

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Für ______①______ und ______②______ sind g und h ident.

①	
$B = \begin{pmatrix} 8 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$	☐
$B = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$	☐
$B = \begin{pmatrix} -10 \\ 5 \\ 9 \end{pmatrix}$	☐

②	
$\vec{h} = \begin{pmatrix} -9 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$	☐
$\vec{h} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$	☐
$\vec{h} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$	☐

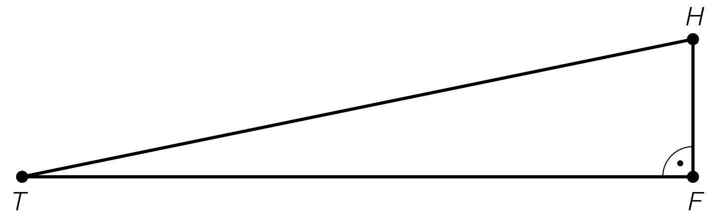
[0/1 P.]

Aufgabe 6

Hochstein

Die Skipiste am Hochstein in Lienz führt von der Talstation T des Hochsteinlifts (Meereshöhe 673 m) bis zur Hochsteinhütte H (Meereshöhe 2 023 m).

Die 4 000 m lange, geradlinige Skipiste ist in der nachstehenden (nicht maßstabgetreuen) Abbildung modellhaft als Strecke dargestellt.



Aufgabenstellung:

Berechnen Sie denjenigen Steigungswinkel der Skipiste, der sich aus diesem Modell ergibt.

[0 / 1 P.]

Aufgabe 7

Leistung von Windkraftanlagen

Die Leistung P von Windkraftanlagen hängt von der Dichte ϱ der Luft, vom Radius r der Rotorblätter und von der Windgeschwindigkeit v ab. Es gilt:
$P = \frac{\varrho \cdot r^2 \cdot \pi \cdot v^3}{2}$ mit $\varrho, r, v \in \mathbb{R}^+$

Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

Bei einer Zunahme der Windgeschwindigkeit von 6 m/s auf 18 m/s wird die Leistung bei gleichem Radius und gleicher Dichte 27-mal so hoch.	☐
Bei einer Zunahme der Dichte nimmt die Leistung bei gleichem Radius und gleicher Windgeschwindigkeit ab.	☐
Bei doppeltem Radius und doppelter Windgeschwindigkeit ist die Leistung bei gleicher Dichte 6-mal so hoch.	☐
Bei einer um 25 % geringeren Dichte und doppelt so hoher Windgeschwindigkeit ist die Leistung bei gleichem Radius 6-mal so hoch.	☐
Bei halb so hoher Windgeschwindigkeit und 3-fachem Radius ist die Leistung bei gleicher Dichte gleich hoch.	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 8

Eigenschaften von Funktionen

Gegeben sind eine Zahl $a > 1$ und vier Funktionsgleichungen.

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Funktionsgleichungen jeweils die für alle $x, h \in \mathbb{R}$ geltende Gleichung aus A bis F zu.

$f(x) = x + a$	☐
$f(x) = a^x$	☐
$f(x) = a \cdot x$	☐
$f(x) = a$	☐

A	$f(x + h) = f(x)$
B	$f(x + h) = f(x) + h$
C	$f(x + h) = f(x) \cdot h$
D	$f(x + h) = f(x) + a$
E	$f(x + h) = f(x) + a \cdot h$
F	$f(x + h) = f(x) \cdot a^h$

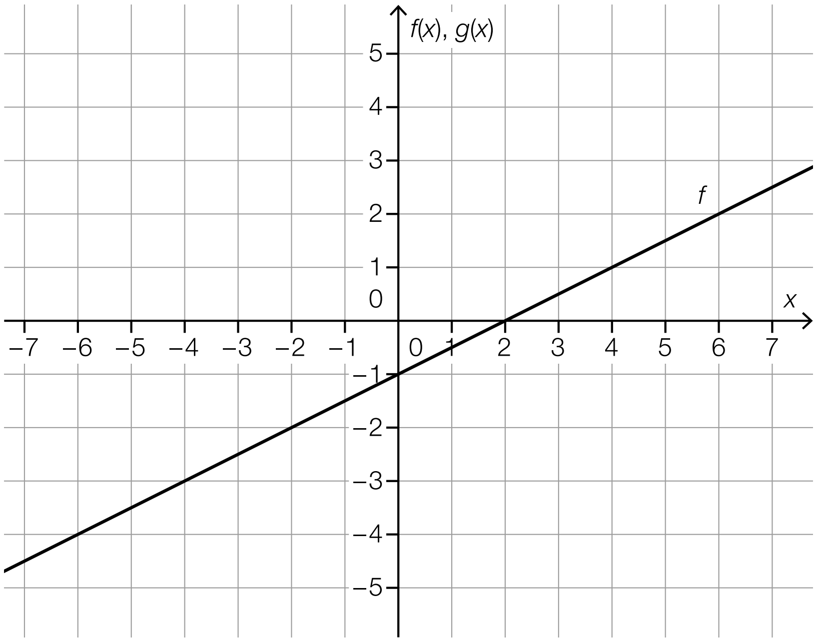
[0/½/1 P.]

Aufgabe 9

Eigenschaften linearer Funktionen

Im nachstehenden Koordinatensystem ist der Graph der linearen Funktion f dargestellt.
Für eine lineare Funktion g soll folgender Zusammenhang mit f gelten:

$g(x + 1) - g(x) > 2 \cdot [f(x + 1) - f(x)]$ für alle $x \in \mathbb{R}$



Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie im obigen Koordinatensystem den Graphen einer solchen Funktion g ein.

[0/1 P.]

Aufgabe 10

Nullstellen und Extremstellen von Polynomfunktionen

Die mögliche Anzahl der Nullstellen und die mögliche Anzahl der Extremstellen einer reellen Polynomfunktion hängen vom Grad dieser Polynomfunktion ab.

Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Eine Polynomfunktion 3. Grades kann ___①___ haben, eine Polynomfunktion 4. Grades kann ___②___ haben.

①	
genau 3 verschiedene Nullstellen und 0 Extremstellen	☐
genau 2 verschiedene Nullstellen und genau 1 Extremstelle	☐
genau 1 Nullstelle und genau 2 Extremstellen	☐

②	
genau 3 verschiedene Nullstellen und 0 Extremstellen	☐
genau 2 verschiedene Nullstellen und genau 1 Extremstelle	☐
genau 1 Nullstelle und genau 2 Extremstellen	☐

[0/½/1 P.]

Aufgabe 11

Anzahl an Brutpaaren

In einem Naturschutzgebiet wird eine bestimmte Vogelart beobachtet. Im Verlauf von 15 Jahren hat sich die Anzahl an Brutpaaren dieser Vogelart von ursprünglich 3 auf 24 erhöht.
Es wird angenommen, dass die Anzahl an Brutpaaren mit den Jahren exponentiell zunimmt.

Aufgabenstellung:

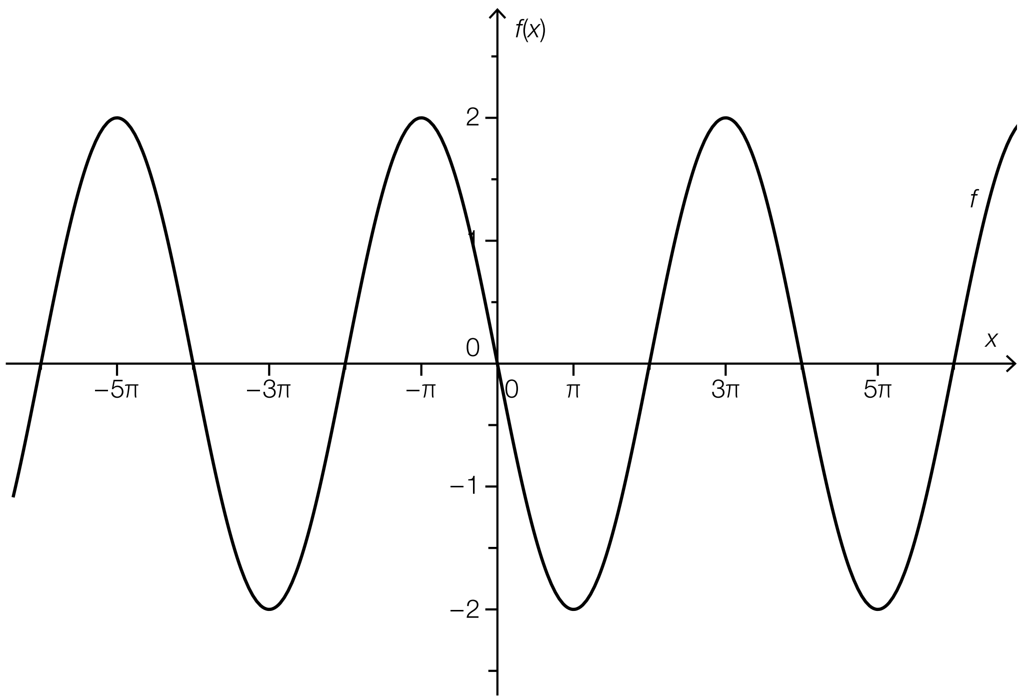
Ermitteln Sie die Anzahl der Jahre, in denen sich die Anzahl an Brutpaaren verdoppelt.

[0/1 P.]

Aufgabe 12

Parameter einer Winkelfunktion

Nachstehend ist der Graph der Funktion $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = a \cdot \sin(b \cdot x)$ und $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}^+$ abgebildet.



Aufgabenstellung:

Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht.

Für den Parameter a gilt ______①______; für den Parameter b gilt ______②______.

①	
$a < 0$	☐
$a \in [0; 1]$	☐
$a > 1$	☐

②	
$b < 1$	☐
$b = 1$	☐
$b > 1$	☐

[0/½/1 P.]

Aufgabe 13

Kontostand

Der Kontostand eines bestimmten Kontos beträgt € 187,50.

Von diesem Konto wird eine Rechnung in der Höhe von € 37,50 bezahlt.

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie, um wie viel Prozent sich der Kontostand dieses Kontos durch Bezahlung der Rechnung vermindert.

[0 / 1 P.]

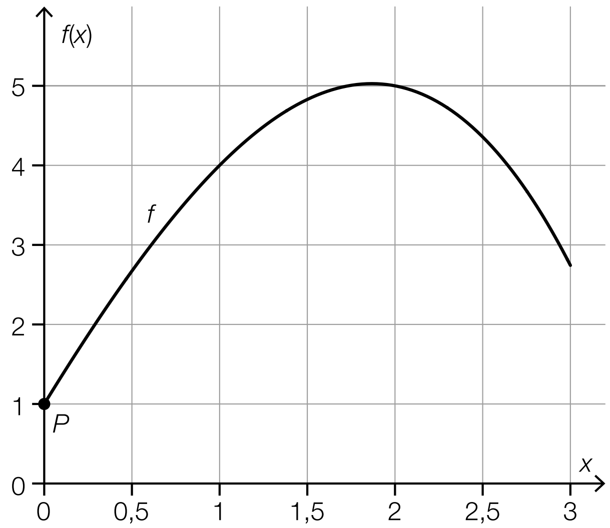
Aufgabe 14

Differenzenquotient

In der unten stehenden Abbildung sind der Graph der Funktion f und der Punkt $P = (0|1)$ dargestellt. Für den Punkt $Q = (x_1|y_1)$ auf dem Graphen von f gilt:
Der Differenzenquotient von f im Intervall $[0; x_1]$ hat den Wert 2.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie auf dem Graphen von f den Punkt Q ein.



[0/1 P.]

Aufgabe 15

Differenzieren

Gegeben sind die Polynomfunktionen f, g und h.

Es gilt für alle $x \in \mathbb{R}$:
$h(x) = f(x) + 2 \cdot g(x)$

$f(2) = 1,\ f'(2) = 3$
$g(2) = 1,\ g'(2) = -2$

Aufgabenstellung:

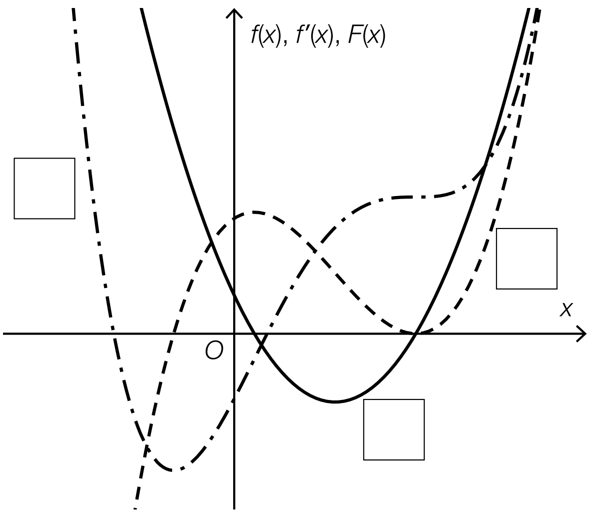
Ermitteln Sie $h'(2)$.

[0/1 P.]

Aufgabe 16

Ableitungsfunktion und Stammfunktion

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der differenzierbaren Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, den Graphen ihrer Ableitungsfunktion f' und den Graphen einer Stammfunktion F von f.



Aufgabenstellung:

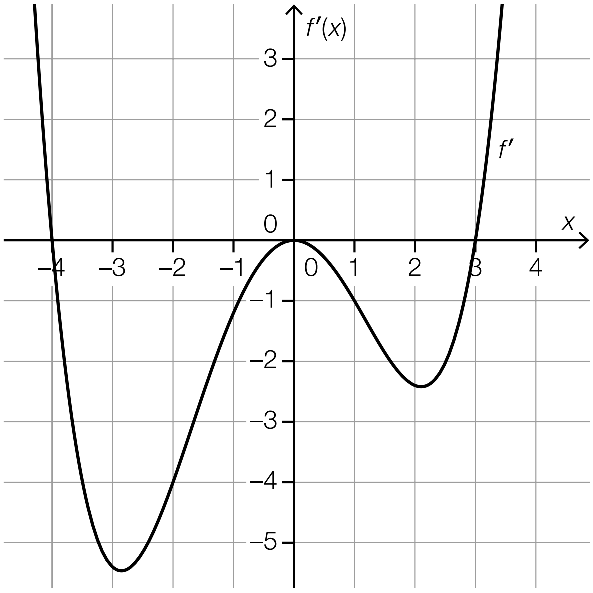
Tragen Sie in der obigen Abbildung f, f' und F in die dafür vorgesehenen Kästchen ein.

[0/1 P.]

Aufgabe 17

Ableitungsfunktion

Die nachstehende Abbildung zeigt den Graphen der Ableitungsfunktion f' einer Polynomfunktion f.



Aufgabenstellung:

Kreuzen Sie die beiden zutreffenden Aussagen an. *[2 aus 5]*

Die Funktion f hat im Intervall $[-4; 3]$ mindestens 3 lokale Extremstellen.	☐
Die Funktion f ist im Intervall $(-4; 0)$ streng monoton fallend.	☐
Die Funktion f hat mindestens 3 Wendestellen.	☐
Die Funktion f hat im Intervall $[-4; 3]$ mindestens 3 Nullstellen.	☐
Die Funktion f hat an der Stelle $x = 0$ eine lokale Maximumstelle.	☐

[0/1 P.]

Aufgabe 18

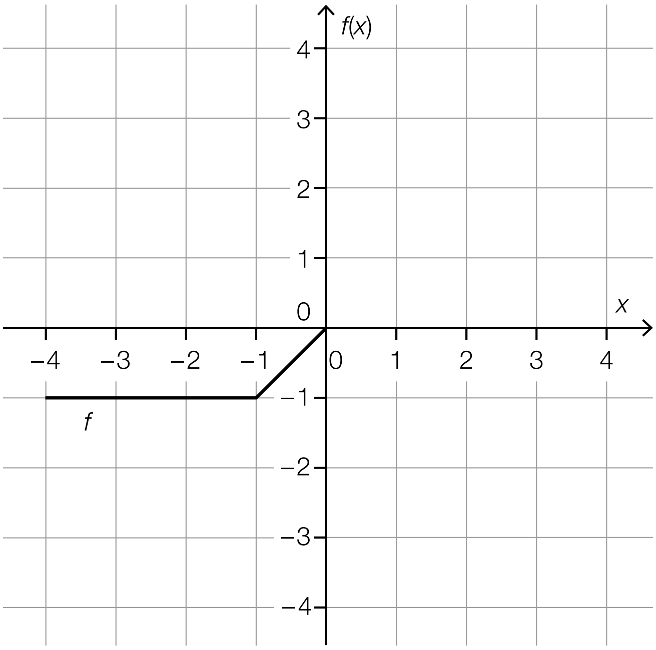
Zeichnen eines Funktionsgraphen

Die abschnittsweise lineare Funktion f ist auf dem Intervall $[-4; 4]$ definiert.
Im unten stehenden Koordinatensystem ist im Intervall $[-4; 0]$ der Graph von f eingezeichnet.

Es gilt: $\int_{-4}^{4} f(x)\,\mathrm{d}x = 2{,}5$

Aufgabenstellung:

Vervollständigen Sie im Intervall $[0; 4]$ einen möglichen Graphen von f.



[0 / 1 P.]

Aufgabe 19

Produktbeurteilung

Im Zuge der Einführung eines neuen Produkts wurden in Wien und Linz Personen im Alter von 20 bis 60 Jahren über ihre Meinung zu diesem Produkt befragt.

Die Aufteilung der befragten Personen in Bezug auf Alter und Ort ist in Tabelle 1 angegeben.

	20- bis unter 40-Jährige	40- bis 60-Jährige
Wien	26 %	25 %
Linz	27 %	22 %

Tabelle 1

Die Anteile derjenigen Personen, die das Produkt mit „Sehr gut" beurteilt haben, sind in Tabelle 2 angegeben. Beispiel: Der Wert 15 % in der Tabelle 2 bedeutet, dass 15 % aller befragten 20- bis unter 40-Jährigen aus Wien das Produkt mit „Sehr gut" beurteilt haben.

	20- bis unter 40-Jährige	40- bis 60-Jährige
Wien	15 %	12 %
Linz	18 %	32 %

Tabelle 2

Aufgabenstellung:

Berechnen Sie, wie viel Prozent aller befragten Personen das Produkt mit „Sehr gut" beurteilt haben.

[0/1 P.]

Aufgabe 20

Statistische Kennzahlen

Gegeben ist eine geordnete Datenliste mit 11 Werten mit $a, b \in \mathbb{R}^+$ und $b > a + 3$.

a	a	$a + 3$	$a + 3$	$a + 3$	b	b	$b + 1$	$b + 2$	$b + 2$	$b + 6$

Aufgabenstellung:

Ordnen Sie den vier Kennzahlen jeweils den in jedem Fall zugehörigen Term aus A bis F zu.

Median	☐
Modus	☐
Spannweite	☐
arithmetisches Mittel	☐

A	a
B	b
C	$a + 3$
D	$\frac{5 \cdot a + 6 \cdot b + 20}{11}$
E	$b + 6 - a$
F	$\frac{a + b + 6}{2}$

[0/½/1 P.]

Aufgabe 21

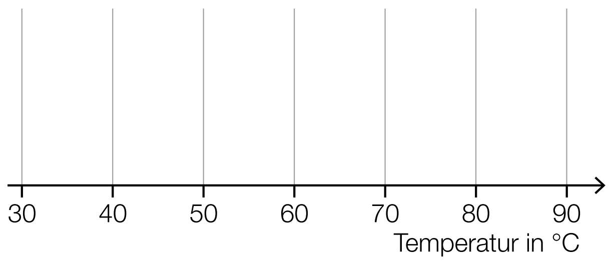
Pizzatemperatur

Ein Pizzalieferant hat die Temperaturen seiner zugestellten Pizzen gemessen.

- Mindestens 75 % der zugestellten Pizzen hatten eine Temperatur von 50 °C oder mehr.
- Mindestens 25 % der zugestellten Pizzen hatten eine Temperatur von 50 °C oder weniger.
- Der Median liegt bei 60 °C.
- Das Temperaturminimum beträgt 40 °C.
- Das Temperaturmaximum beträgt 90 °C und ist gleich dem 3. Quartil q_3.

Aufgabenstellung:

Zeichnen Sie in der nachstehenden Abbildung den zugehörigen Boxplot ein.



[0/1 P.]

Aufgabe 22

Lieblingslied

Taylor hat 20 verschiedene Lieder auf ihrem Smartphone gespeichert. Eines dieser Lieder ist ihr Lieblingslied.

Aus allen 20 Liedern wird 1 Lied nach dem Zufallsprinzip ausgewählt und abgespielt. Wenn ein Lied endet, wird mit jeweils gleicher Wahrscheinlichkeit von diesen 20 Liedern wieder 1 Lied nach dem Zufallsprinzip ausgewählt und abgespielt.

Aufgabenstellung:

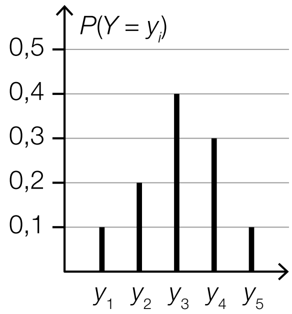
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Taylors Lieblingslied genau als 5. Lied erstmals abgespielt wird.

[0/1 P.]

Aufgabe 23

Wahrscheinlichkeitsverteilung

Mika behauptet, dass die nachstehende Abbildung die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsvariablen *Y* darstellt.



Aufgabenstellung:

Begründen Sie, warum Mikas Behauptung <u>nicht</u> richtig ist.

[0 / 1 P.]

Aufgabe 24

Medikament

Erfahrungsgemäß treten bei 75 % aller Personen, die ein bestimmtes Medikament eingenommen haben, Nebenwirkungen auf.

10 Personen, die dieses Medikament eingenommen haben, werden nach dem Zufallsprinzip ausgewählt.

Aufgabenstellung:

Beschreiben Sie ein Ereignis *E* im gegebenen Sachzusammenhang, für dessen Wahrscheinlichkeit gilt:

$P(E) = 1 - (0{,}25 \cdot 0{,}75^9 \cdot 10 + 0{,}75^{10})$

[0/1 P.]

Aufgabe 25 (Teil 2)

Heizen mit Erdgas

Erdgas ist ein weit verbreiteter Energieträger für Heizungen.

Aufgabenstellung:

a) In der nachstehenden Tabelle sind die durchschnittlichen Erdgaspreise beim Import in Cent pro Kilowattstunde (Cent/kWh) für einige Monate aus dem Zeitraum von September 2020 bis August 2021 angeführt.

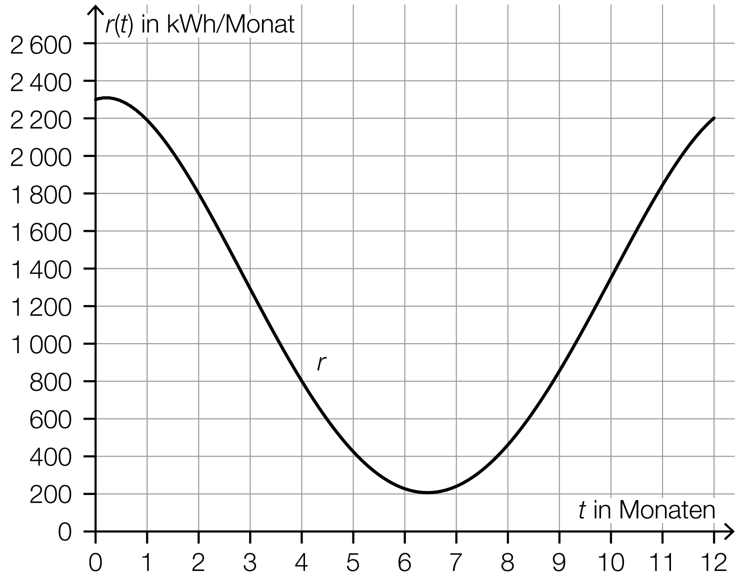
Monat	Erdgaspreis (Cent/kWh)
September 2020	1,085
Dezember 2020	1,364
April 2021	1,707
Juni 2021	2,247
August 2021	3,243

Für den Zeitraum von September 2020 bis April 2021 kann der Erdgaspreis in Abhängigkeit von der Zeit t durch eine lineare Funktion $f: [0; 7] \to \mathbb{R}^+$ modelliert werden (t in Monaten mit $t = 0$ für September 2020, $f(t)$ in Cent/kWh).

1) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion f auf. Verwenden Sie dabei die Werte für September 2020 und April 2021. *[0/1 P.]*

b) Die Funktion r: $[0; 12] \to \mathbb{R}_0^+$ beschreibt modellhaft die Energieverbrauchsrate des Heizbedarfs eines bestimmten Haushalts in Abhängigkeit von der Zeit t für ein bestimmtes Kalenderjahr (siehe nachstehende Abbildung).

t ... Zeit ab Jahresbeginn in Monaten
$r(t)$ ... Energieverbrauchsrate des Heizbedarfs zum Zeitpunkt t in kWh/Monat



Die im Monat Mai benötigte Energie kann durch $\int_4^5 r(t)\,\mathrm{d}t$ berechnet werden.

1) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht. *[0/½/1 P.]*

Für die benötigte Energie gilt ___①___ und ___②___.

①	
$\int_4^5 r(t)\,\mathrm{d}t < \int_7^8 r(t)\,\mathrm{d}t$	☐
$\int_4^5 r(t)\,\mathrm{d}t > \int_9^{10} r(t)\,\mathrm{d}t$	☐
$\int_4^5 r(t)\,\mathrm{d}t > \int_6^7 r(t)\,\mathrm{d}t$	☐

②	
$\int_4^5 r(t)\,\mathrm{d}t > \frac{\int_0^{12} r(t)\,\mathrm{d}t}{12}$	☐
$\int_4^5 r(t)\,\mathrm{d}t < \frac{\int_0^{6} r(t)\,\mathrm{d}t}{6}$	☐
$\int_4^5 r(t)\,\mathrm{d}t < \frac{\int_4^{7} r(t)\,\mathrm{d}t}{3}$	☐

c) Ein Lieferant von Erdgas möchte bestehende Lieferverträge umstellen. Sophie führt Telefongespräche durch, um Personen mit bestehenden Lieferverträgen von der Vertragsumstellung zu überzeugen.

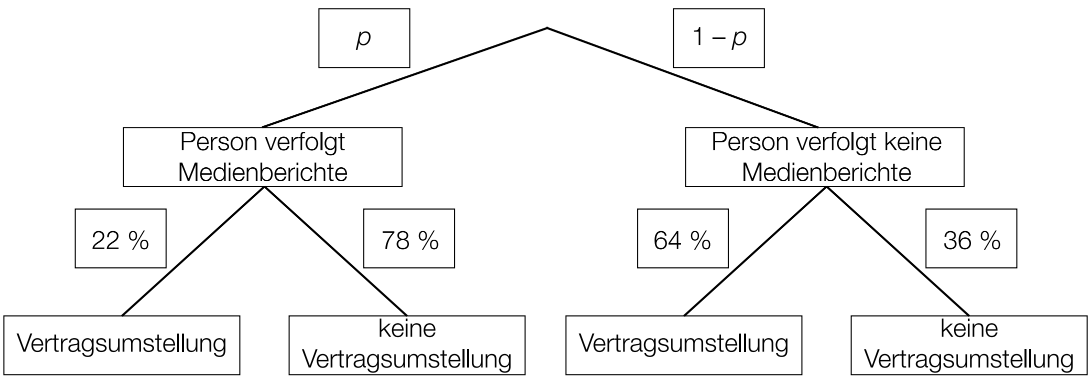
Erfahrungsgemäß gelingt ihr das bei jedem Telefongespräch unabhängig von den anderen Telefongesprächen mit einer Wahrscheinlichkeit von 35 %.

Sophie führt pro Woche 200 solche Telefongespräche. Sie erhält pro Vertragsumstellung eine Prämie von € 4.

1) Berechnen Sie die pro Woche zu erwartende Prämie. *[0/1 P.]*

Erfahrungsgemäß haben Medienberichte Einfluss auf die Anzahl der bei Telefongesprächen erreichten Vertragsumstellungen.

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine nach dem Zufallsprinzip ausgewählte und angerufene Person Medienberichte verfolgt, beträgt p.



Insgesamt beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass eine Vertragsumstellung erreicht wird, 35 %.

2) Berechnen Sie p. *[0/1 P.]*

Aufgabe 26 (Teil 2, Best-of-Wertung)

E-Bikes

Ein E-Bike ist ein Fahrrad, das mit einem elektrischen Antrieb ausgestattet ist.

Aufgabenstellung:

a) Im Jahr 2018 betrug der weltweite Umsatz aus dem Verkauf von E-Bikes 7,68 Milliarden US-Dollar (USD). Es wird prognostiziert, dass dieser weltweite Umsatz im Zeitraum von 2018 bis 2026 um jährlich 24,5 % steigen wird.

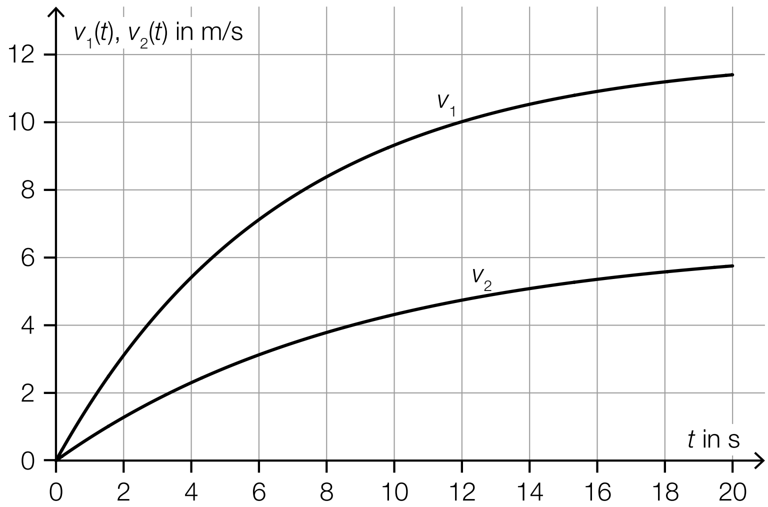
Die Funktion u beschreibt modellhaft den jährlichen weltweiten Umsatz aus dem Verkauf von E-Bikes in Abhängigkeit von der Zeit t (t ab 2018 in Jahren, $u(t)$ in Milliarden USD).

1) Stellen Sie eine Funktionsgleichung von u auf.

$u(t) =$ ________________________________ mit $0 \leq t \leq 8$ *[0/1 P.]*

2) Ermitteln Sie mithilfe von u, wie viele Jahre nach 2018 der Umsatz doppelt so hoch wie im Jahr 2018 ist. *[0/1 P.]*

b) Durch Fahrten auf einer Teststrecke werden 2 E-Bikes mit unterschiedlicher Leistung verglichen. Die Funktionen v_1 und v_2 ordnen der Zeit t modellhaft die jeweilige Geschwindigkeit $v_1(t)$ bzw. $v_2(t)$ des betreffenden E-Bikes zu (t nach dem Start in s, $v_1(t)$ und $v_2(t)$ in m/s).
Die nachstehende Abbildung zeigt die Graphen von v_1 und v_2.



Aufgrund der unterschiedlichen Geschwindigkeiten der beiden E-Bikes in den ersten 20 s werden Strecken unterschiedlicher Länge zurückgelegt. Die Differenz der Längen dieser beiden Strecken soll ermittelt werden.

1) Schätzen Sie diese Differenz mithilfe der obigen Abbildung ab. *[0/1 P.]*

Für die Funktion $v_1\colon \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}$ gilt: $v_1(t) = r \cdot (1 - e^{-k \cdot t})$

t ... Zeit in s
$v_1(t)$ ... Geschwindigkeit zur Zeit t in m/s
r, k ... positive reelle Parameter

Die Funktion s_1 ist die zu v_1 zugehörige Zeit-Weg-Funktion (t in s, $s_1(t)$ in m).
Es gilt: $s_1(0) = 0$

2) Ergänzen Sie die fehlenden Ausdrücke in der nachstehenden Funktionsgleichung.

$s_1(t) = \boxed{} \cdot t + \boxed{} \cdot e^{-k \cdot t} - \boxed{}$ *[0/1 P.]*

Aufgabe 27 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Bauernhöfe in Österreich

Auf österreichischen Bauernhöfen werden verschiedene Nutztiere gehalten.

Aufgabenstellung:

a) In der nachstehenden Tabelle ist der durchschnittliche Geflügelbestand pro Bauernhof mit Geflügelhaltung für die Jahre 1999, 2010 und 2020 angegeben.

Jahr	durchschnittlicher Geflügelbestand pro Bauernhof mit Geflügelhaltung
1999	171
2010	258
2020	389

Der durchschnittliche Geflügelbestand pro Bauernhof mit Geflügelhaltung in Abhängigkeit von der Zeit t kann durch die Exponentialfunktion f modelliert werden.

Es gilt:

$f(t) = a \cdot e^{\lambda \cdot t}$

t ... Zeit in Jahren mit $t = 0$ für das Jahr 1999
$f(t)$ ... durchschnittlicher Geflügelbestand pro Bauernhof mit Geflügelhaltung zum Zeitpunkt t
a, λ ... positive Parameter

1) Stellen Sie eine Funktionsgleichung von f auf. Verwenden Sie dabei die Werte für die Jahre 1999 und 2020. *[0/1 P.]*

Sandra behauptet, dass der mithilfe von f errechnete Wert für das Jahr 2010 um weniger als 3 % vom in der obigen Tabelle angegebenen Wert abweicht.

2) Weisen Sie rechnerisch nach, dass Sandras Behauptung richtig ist. *[0/1 P.]*

b) In der nachstehenden Tabelle ist der durchschnittliche Rinderbestand pro Bauernhof mit Rinderhaltung für die Jahre 1999, 2010 und 2020 angegeben.

Jahr	durchschnittlicher Rinderbestand pro Bauernhof mit Rinderhaltung
1999	21
2010	28
2020	34

Für den Zeitraum von 2010 bis 2020 gilt:

- Die Anzahl der Bauernhöfe mit Rinderhaltung hat sich in diesem Zeitraum um 17 331 vermindert.
- Der gesamte Rinderbestand auf Bauernhöfen mit Rinderhaltung ist in diesem Zeitraum um 7,8 % zurückgegangen.

Mithilfe dieser Informationen und der Daten aus der obigen Tabelle soll ein Gleichungssystem mit 2 Gleichungen in den Variablen b und r erstellt werden.

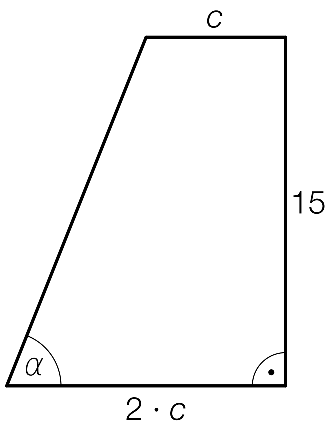
b ... Anzahl der Bauernhöfe mit Rinderhaltung im Jahr 2010
r ... gesamter Rinderbestand auf Bauernhöfen mit Rinderhaltung im Jahr 2010

1) Vervollständigen Sie die nachstehenden Gleichungen durch Eintragen der fehlenden Werte in die dafür vorgesehenen Kästchen.

I: $r = \boxed{} \cdot b$

II: $r \cdot \boxed{} = 34 \cdot \left(b - \boxed{}\right)$ *[0/½/1 P.]*

c) In der nachstehenden nicht maßstabgetreuen Abbildung ist die trapezförmige Grundfläche des Stalles eines bestimmten Bio-Bauernhofs dargestellt (Abmessungen in m).



Es gilt: $\tan(\alpha) = 2{,}5$

1) Berechnen Sie den Inhalt der Grundfläche dieses Stalles in m². *[0/1 P.]*

Aufgabe 28 (Teil 2, Best-of-Wertung)

Hotel

In einem bestimmten Hotel gibt es insgesamt 120 Gästezimmer.

Aufgabenstellung:

a) In diesem Hotel gibt es zu Silvester jedes Jahr 120 Reservierungen. Aus Erfahrung weiß die Hotelleitung, dass im langjährigen Mittel 4 % der Reservierungen storniert werden. Es wird angenommen, dass die Anzahl der stornierten Reservierungen binomialverteilt ist.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass zu Silvester höchstens 1 Reservierung storniert wird. *[0/1 P.]*

b) In einem bestimmten Jahr gab es in diesem Hotel durchschnittlich 4 100 Nächtigungen pro Monat.

In den ersten 6 Monaten dieses Jahres (Jänner bis Juni) gab es durchschnittlich 4 000 Nächtigungen pro Monat.

Die nachstehende Tabelle gibt die Anzahl der Nächtigungen für die restlichen Monate dieses Jahres an ($n, d \in \mathbb{N}$).

Monat	Anzahl der Nächtigungen
Juli	4 870
August	4 915
September	3 680
Oktober	3 600
November	n
Dezember	d

1) Berechnen Sie $n + d$. *[0/1 P.]*

c) Im Wellnessbereich des Hotels befindet sich eine Sauna.

Bei einem sogenannten *Aufguss* wird Wasser mit einem bestimmten Duftöl vermischt und auf heiße Steine gegossen. Die Konzentration des Duftöls in der Luft in Abhängigkeit von der Zeit t nach dem Aufguss kann modellhaft durch die Funktion $K\colon \mathbb{R}_0^+ \to \mathbb{R}_0^+$ mit $K(t) = 0{,}5 \cdot t \cdot e^{-0{,}8 \cdot t}$ beschrieben werden (t nach dem Aufguss in min, $K(t)$ in ml/m³).

Der Duft ist wahrnehmbar, wenn die Konzentration des Duftöls in der Luft mindestens 0,09 ml/m³ beträgt.

1) Berechnen Sie, wie viele Minuten lang der Duft gemäß diesem Modell wahrnehmbar ist. *[0/1 P.]*

Die Temperatur in der Sauna in Abhängigkeit von der Zeit t kann durch die Funktion $T\colon [0; 15] \to \mathbb{R}^+$, $t \mapsto T(t)$ modelliert werden (t in min, $T(t)$ in °C).

Für die zwei Zeitpunkte $t_A, t_B \in (0; 15)$ mit $t_A < t_B$ gilt: $T(t_A) > T(t_B)$

2) Ergänzen Sie die Textlücken im nachstehenden Satz durch Ankreuzen des jeweils zutreffenden Satzteils so, dass eine richtige Aussage entsteht. *[0/½/1 P.]*

Der Differenzenquotient der Funktion T im Intervall $[t_A; t_B]$ gibt in jedem Fall _____①_____ in diesem Intervall an; dieser Differenzenquotient ist in jedem Fall _____②_____.

①	
die mittlere Änderungsrate der Temperatur in °C/min	☐
die momentane Änderungsrate der Temperatur in °C/min	☐
die mittlere Temperatur in °C	☐

②	
negativ	☐
positiv	☐
gleich null	☐