# Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Oktober 2024

# Mathematik

Kompensationsprüfung 2
Angabe für **Prüfer/innen**

Bundesministerium
Bildung, Wissenschaft
und Forschung

# Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

**Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung**

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

| | Kandidat/in 1 | | | Kandidat/in 2 | | | Kandidat/in 3 | | | Kandidat/in 4 | | | Kandidat/in 5 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Aufgabe 1 | | | | | | | | | | | | | | | |
| Aufgabe 2 | | | | | | | | | | | | | | | |
| Aufgabe 3 | | | | | | | | | | | | | | | |
| Aufgabe 4 | | | | | | | | | | | | | | | |
| **gesamt** | | | | | | | | | | | | | | | |

# Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

**Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung**

| Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen | Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung |
|---|---|
| 12 | Sehr gut |
| 10–11 | Gut |
| 8–9 | Befriedigend |
| 6–7 | Genügend |
| 0–5 | Nicht genügend |

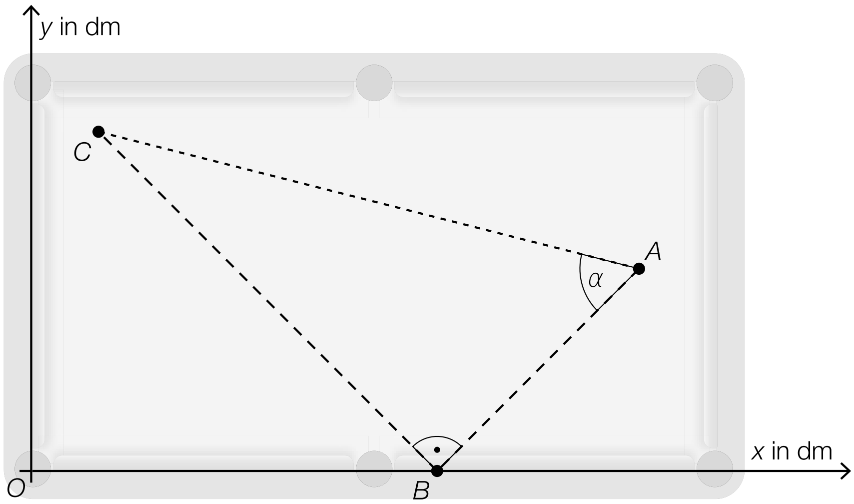
# Aufgabe 1

## Poolbillard

In der unten stehenden Abbildung ist ein Poolbillardtisch modellhaft in der Ansicht von oben dargestellt.

Beim Poolbillard müssen verschiedenfarbige Kugeln durch Anstoßen mit der weißen Kugel in den Löchern am Rand des Tisches versenkt werden.

a) Jasmin möchte eine farbige Kugel, die im Punkt $C$ liegt, in das nächstgelegene Loch versenken. Dazu wird die weiße Kugel vom Punkt $A = (18|6)$ aus in Richtung des Punktes $B = (12|0)$ gespielt.




1) Ermitteln Sie den Vektor $\overrightarrow{AB}$.

2) Kennzeichnen Sie in der obigen Abbildung die Größe $z$, für die gilt:

$z = \sin(90° - \alpha) \cdot \overline{AC}$

b) Beim Poolbillard gibt es eine weiße Kugel, eine schwarze Kugel und zusätzlich *Volle* (= voll angemalte andersfarbige Kugeln) und *Halbe* (= halb angemalte andersfarbige Kugeln).

Zu einem bestimmten Zeitpunkt liegen die weiße Kugel, die schwarze Kugel, $v$ Volle und $h$ Halbe auf dem Tisch und es gilt:

- 50 % aller Kugeln auf dem Tisch sind Volle.
- Es liegen dreimal so viele Volle auf dem Tisch wie Halbe.

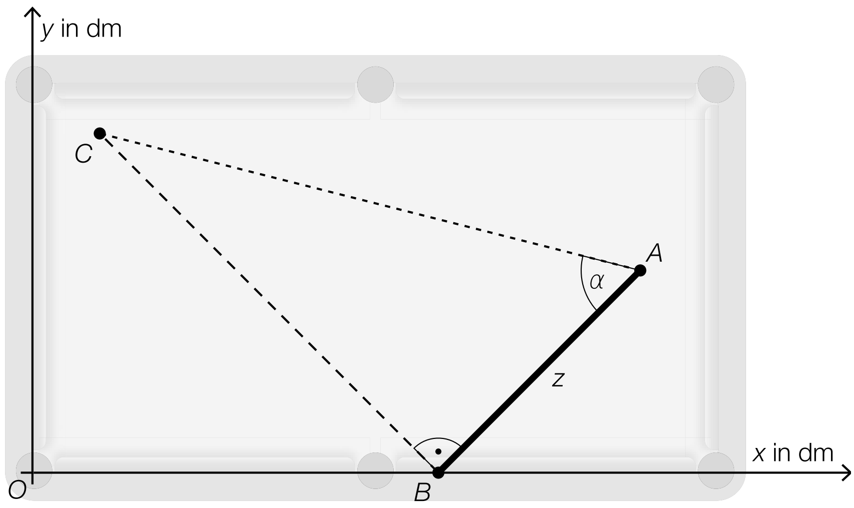
1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung von $v$ und $h$.

# Lösung zur Aufgabe 1

## Poolbillard

a1) $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 12 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 18 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ -6 \end{pmatrix}$

a2)




b1) I: $v = 0{,}5 \cdot (v + h + 2)$

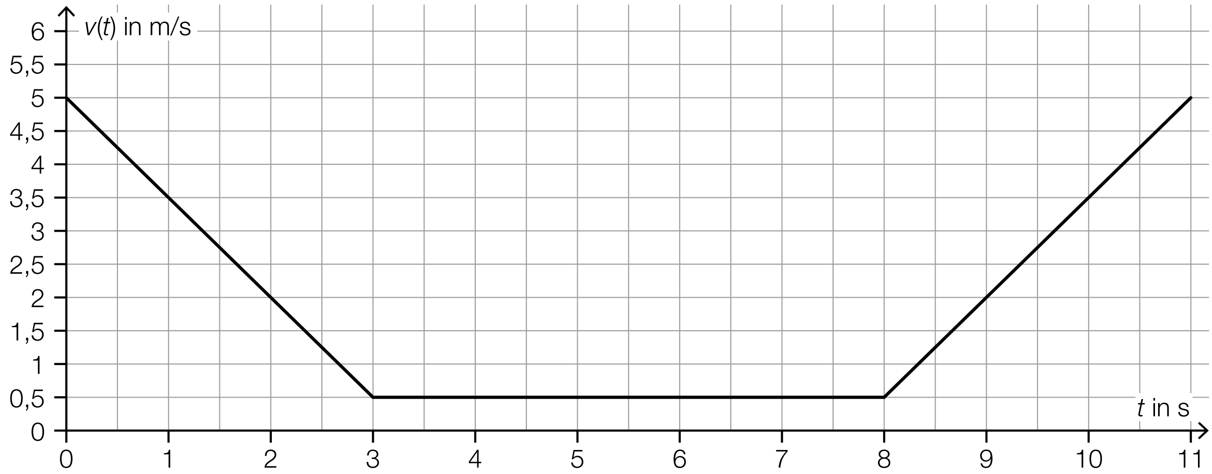
II: $v = 3 \cdot h$

# Aufgabe 2

## Seilbahn

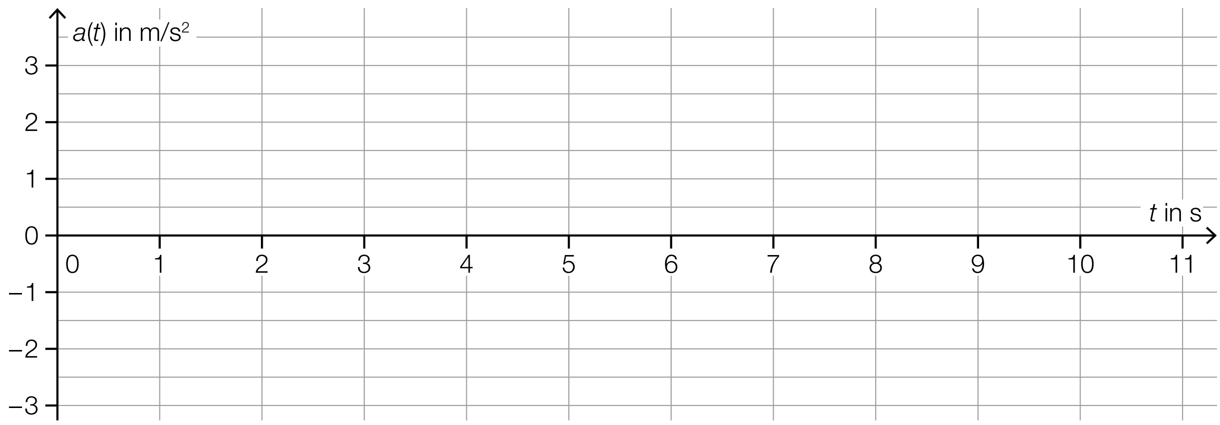
a) Um das Ein- und Aussteigen der Fahrgäste zu ermöglichen, werden die Gondeln einer Seilbahn in der Talstation abgebremst.

In der nachstehenden Abbildung ist eine bestimmte Fahrt mit einer Seilbahngondel durch die Talstation modellhaft in einem Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm dargestellt.




1) Ermitteln Sie mithilfe der obigen Abbildung den bei dieser Fahrt zurückgelegten Weg im Zeitintervall [0; 11].

2) Zeichnen Sie im nachstehenden Diagramm den Graphen der zugehörigen Beschleunigung-Zeit-Funktion ein.




b) Die Talstation einer bestimmten Seilbahn liegt auf einer Höhe von 1102 m. Die Bergstation dieser Seilbahn liegt auf einer Höhe von 2100 m.
Eine bestimmte Fahrt mit der Seilbahngondel zwischen Talstation und Bergstation dauert 370 s.

1) Interpretieren Sie das Ergebnis der nachstehenden Berechnung im gegebenen Sachzusammenhang.

$$\frac{2100\text{ m} - 1102\text{ m}}{370\text{ s}} \approx 2{,}7\text{ m/s}$$

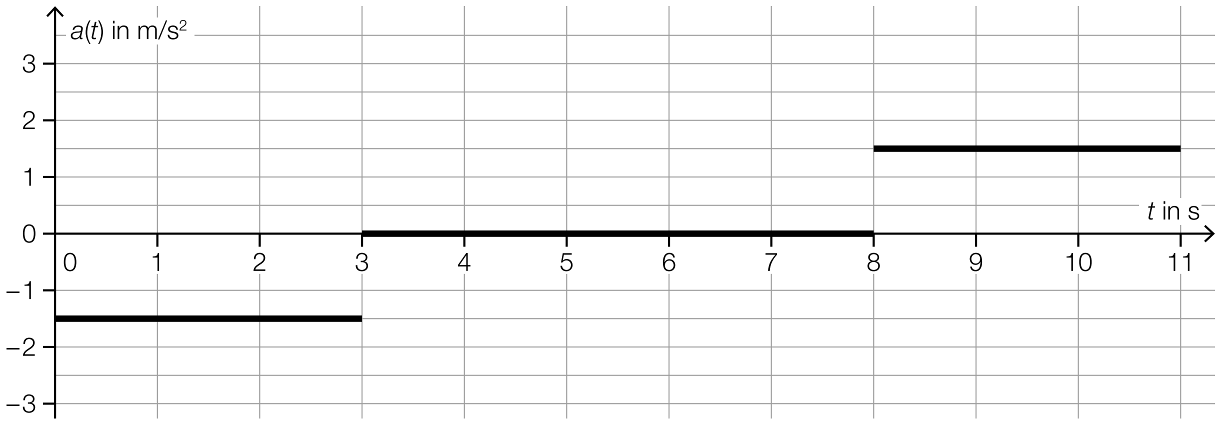
# Lösung zur Aufgabe 2

## Seilbahn

a1) $11 \cdot 5 - \frac{11 + 5}{2} \cdot 4{,}5 = 19$

Die Länge des zurückgelegten Weges beträgt 19 m.

a2)




*Hinsichtlich der Punktevergabe ist relevant, dass die horizontalen Abschnitte jeweils in der richtigen Höhe dargestellt sind, jedoch nicht das Verhalten an den Sprungstellen.*

b1) Die mittlere Änderungsrate der Höhe der Seilbahngondel bei dieser Fahrt beträgt rund 2,7 m/s.

*oder:*

Die Höhe der Seilbahngondel bei dieser Fahrt nimmt um durchschnittlich rund 2,7 m pro Sekunde zu.

# Aufgabe 3

## Brötchenteig

a) Das Volumen des Teiges frisch geformter Brötchen nimmt annähernd exponentiell zu.

Martina formt aus einem bestimmten Teig ein Brötchen mit einem Volumen von 56 $cm^3$.

30 Minuten später hat dieses Brötchen ein Volumen von 89 $cm^3$.

Das Volumen dieses Teiges in Abhängigkeit von der Zeit soll durch die Exponentialfunktion $V$ beschrieben werden.

$t$ ... Zeit in h mit $t = 0$ für den Zeitpunkt, zu dem das Brötchen geformt ist
$V(t)$ ... Volumen des Teiges zum Zeitpunkt $t$ in $cm^3$

1) Stellen Sie eine Gleichung dieser Funktion $V$ auf.

Norbert formt aus diesem Teig ein Brötchen mit einem Volumen von 60 $cm^3$ und ein zweites Brötchen mit einem um 5 $cm^3$ kleineren Volumen.

Er behauptet: „Nach der Verdoppelungszeit $T$ ist das Volumen des Teiges des zweiten Brötchens immer noch um 5 $cm^3$ kleiner als das Volumen des Teiges des ersten Brötchens mit 60 $cm^3$."

2) Zeigen Sie, dass diese Behauptung falsch ist.

b) Die Dichte eines anderen Brötchenteigs in Abhängigkeit von der Zeit nach der Herstellung lässt sich durch die Exponentialfunktion $D$ beschreiben.

$D(t) = D_0 \cdot 0{,}9847^t$

$t$ ... Zeit in min mit $t = 0$ für den Zeitpunkt der Herstellung
$D(t)$ ... Dichte des Brötchenteigs zum Zeitpunkt $t$ in $g/cm^3$
$D_0$ ... Dichte des Brötchenteigs zum Zeitpunkt $t = 0$ in $g/cm^3$

1) Berechnen Sie den Zeitpunkt, zu dem die Dichte des Brötchenteigs noch 75 % vom Wert zum Zeitpunkt der Herstellung beträgt.

# Lösung zur Aufgabe 3

## Brötchenteig

a1) $V(t) = 56 \cdot a^t$ *oder:* $V(t) = 56 \cdot e^{k \cdot t}$

$89 = 56 \cdot a^{0,5}$
$a = 2,525...$

$V(t) = 56 \cdot 2,525...^t$

$89 = 56 \cdot e^{k \cdot 0,5}$
$k = 0,9265...$

$V(t) = 56 \cdot e^{0,9265... \cdot t}$

a2) Volumen des Teiges des ersten Brötchens nach der Verdoppelungszeit $T$:

$60 \text{ cm}^3 \cdot 2 = 120 \text{ cm}^3$

Volumen des Teiges des zweiten Brötchens nach der Verdoppelungszeit $T$:

$(60 \text{ cm}^3 - 5 \text{ cm}^3) \cdot 2 = 110 \text{ cm}^3$
$120 \text{ cm}^3 - 110 \text{ cm}^3 = 10 \text{ cm}^3$
$10 \text{ cm}^3 \neq 5 \text{ cm}^3$

b1) $D_0 \cdot 0,75 = D_0 \cdot 0,9847^t$

Berechnung mittels Technologieeinsatz:

$t = 18,65...$

Nach rund 18,7 min beträgt die Dichte des Brötchenteigs noch 75 % vom Wert zum Zeitpunkt der Herstellung.

# Aufgabe 4

## Socken

In den drei Laden eines Kastens befinden sich jeweils einzelne Socken in verschiedenen Farben. Die Socken unterscheiden sich bis auf ihre Farbe nicht voneinander.

a) In der obersten Lade befinden sich 4 grüne und 7 violette Socken. Joe zieht aus dieser Lade 3-mal nacheinander nach dem Zufallsprinzip jeweils 1 Socken, ohne diesen wieder in die Lade zurückzulegen.

1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass Joe erst nach 3-maligem Ziehen 2 grüne Socken gezogen hat.

b) In der mittleren Lade befinden sich ausschließlich weiße und blaue Socken. Die Anzahl der weißen Socken beträgt $n$. Insgesamt sind 9 Socken in dieser Lade.

Wenn alle Socken aus dieser Lade entnommen und in einer Reihe aufgelegt werden, ergeben sich $m$ verschiedene Möglichkeiten für die Anordnung weißer und blauer Socken in dieser Reihe.

1) Stellen Sie mithilfe von $n$ eine Formel zur Berechnung von $m$ auf.

$m =$ ____________________________________________

c) In der untersten Lade befinden sich 6 rote und 8 schwarze Socken. Joe zieht aus dieser Lade 2-mal nacheinander nach dem Zufallsprinzip jeweils 1 Socken, ohne diesen wieder in die Lade zurückzulegen.

1) Beschreiben Sie ein Ereignis $E$ im gegebenen Sachzusammenhang, dessen Wahrscheinlichkeit mit dem nachstehenden Ausdruck berechnet wird.

$P(E) = 1 - 2 \cdot \frac{6}{14} \cdot \frac{8}{13} = 0{,}472...$

# Lösung zur Aufgabe 4

## Socken

a1) $\frac{4}{11} \cdot \frac{7}{10} \cdot 2 \cdot \frac{3}{9} = 0{,}169...$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 17 %.

b1) $m = \binom{9}{n}$

c1) $E$ ... „Joe zieht 2 Socken gleicher Farbe"