

Exemplar für Prüfer/innen

Kompensationsprüfung zur
standardisierten kompetenzorientierten
schriftlichen Reifeprüfung

AHS

Juni 2024

Mathematik

Kompensationsprüfung 3
Angabe für **Prüfer/innen**

Hinweise zur standardisierten Durchführung der Kompensationsprüfung

Die vorliegende Angabe zur Kompensationsprüfung umfasst vier Aufgaben, die unabhängig voneinander bearbeitbar sind, und die dazugehörigen Lösungen.

Jede Aufgabe umfasst drei nachzuweisende Handlungskompetenzen.

Die Vorbereitungszeit beträgt mindestens 30 Minuten, die Prüfungszeit maximal 25 Minuten.

Die Verwendung der vom zuständigen Regierungsmitglied für die Klausurarbeit freigegebenen Formelsammlung für die SRP in Mathematik ist erlaubt. Weiters ist die Verwendung von elektronischen Hilfsmitteln (z. B. grafikfähiger Taschenrechner oder andere entsprechende Technologie) erlaubt, sofern keine Kommunikationsmöglichkeit (z. B. via Internet, Intranet, Bluetooth, Mobilfunknetzwerke etc.) gegeben ist und der Zugriff auf Eigendateien im elektronischen Hilfsmittel nicht möglich ist.

Nach der Prüfung sind alle Unterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter etc.) der Kandidatinnen und Kandidaten einzusammeln. Die Prüfungsunterlagen (Prüfungsaufgaben, Arbeitsblätter, produzierte digitale Arbeitsdaten etc.) dürfen erst nach dem für die Kompensationsprüfung vorgesehenen Zeitfenster öffentlich werden.

Bewertungsraster zur Kompensationsprüfung

Der nachstehende Bewertungsraster liegt zur optionalen Verwendung vor und dient als Hilfestellung bei der Beurteilung.

	Kandidat/in 1			Kandidat/in 2			Kandidat/in 3			Kandidat/in 4			Kandidat/in 5		
Aufgabe 1															
Aufgabe 2															
Aufgabe 3															
Aufgabe 4															
gesamt															

Erläuterungen zur Beurteilung

Jede Aufgabe wird mit null, einem, zwei oder drei Punkten bewertet. Insgesamt können maximal zwölf Punkte erreicht werden.

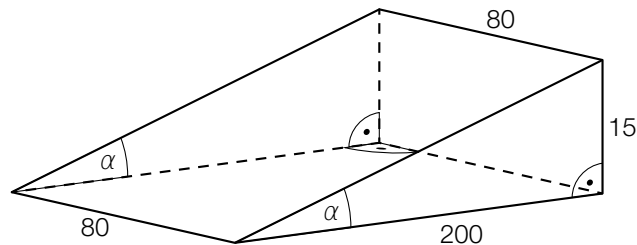
Beurteilungsschlüssel für die Kompensationsprüfung

Gesamtanzahl der nachgewiesenen Handlungskompetenzen	Beurteilung der mündlichen Kompensationsprüfung
12	Sehr gut
10–11	Gut
8–9	Befriedigend
6–7	Genügend
0–5	Nicht genügend

Aufgabe 1

Museum

- a) Beim Eingang zu einem Museum befindet sich eine Rampe für Kinderwägen, um eine 15 cm hohe Stufe zu überwinden (siehe nachstehende modellhafte Abbildung, alle Abmessungen in cm).



Die Rampe besteht aus Beton. Die Dichte von Beton beträgt rund $2,4 \text{ kg/dm}^3$.

- 1) Berechnen Sie die Masse dieser Rampe in kg.

Die Museumsleitung überlegt, die Rampe zu verlängern. Dazu soll die Abmessung 200 cm auf 400 cm verdoppelt werden.

- 2) Zeigen Sie, dass durch diese Verlängerung der Rampe der Steigungswinkel α annähernd halbiert wird.

- b) Gabi besucht mit ihrer Familie das Museum.

Sie bezahlt für den Eintritt ins Museum für 2 Erwachsene und 3 Kinder € 77,30.
Eine Erwachsenenkarte ist um 28 % teurer als eine Kinderkarte.

e ... Preis für 1 Erwachsenenkarte

k ... Preis für 1 Kinderkarte

- 1) Erstellen Sie ein Gleichungssystem zur Berechnung von e und k .

Lösung zur Aufgabe 1

Museum

a1) Volumen der Rampe in dm^3 :

$$V = \frac{1,5 \cdot 20}{2} \cdot 8 = 120$$

Masse der Rampe in kg:

$$m = \rho \cdot V = 2,4 \cdot 120 = 288$$

a2) $\arctan\left(\frac{15}{200}\right) = 4,28\dots^\circ$

$$\frac{4,28\dots^\circ}{2} = 2,14\dots^\circ$$

$$\arctan\left(\frac{15}{400}\right) = 2,14\dots^\circ$$

Der Steigungswinkel ist nach dieser Verlängerung annähernd halb so groß.

b1) I: $2 \cdot e + 3 \cdot k = 77,3$

$$\text{II: } e = 1,28 \cdot k$$

Aufgabe 2

Unkrautvernichtungsmittel

Unkrautvernichtungsmittel werden unter anderem in der Landwirtschaft eingesetzt. Im Ackerboden erfolgt der Abbau von Unkrautvernichtungsmitteln annähernd exponentiell.

- a) Die Funktion m beschreibt modellhaft die in einem Ackerboden pro Quadratmeter vorhandene Menge eines bestimmten Unkrautvernichtungsmittels in Abhängigkeit von der Zeit.

$$m(t) = a \cdot b^t$$

t ... Zeit in Tagen mit $t = 0$ für den Beginn des Messzeitraums

$m(t)$... Menge des Unkrautvernichtungsmittels in einem Ackerboden pro Quadratmeter zum Zeitpunkt t in g

a, b ... positive Parameter

- 1) Stellen Sie eine Formel zur Berechnung der mittleren Änderungsrate D der Menge des Unkrautvernichtungsmittels im Zeitintervall $[2; t_1]$ auf.

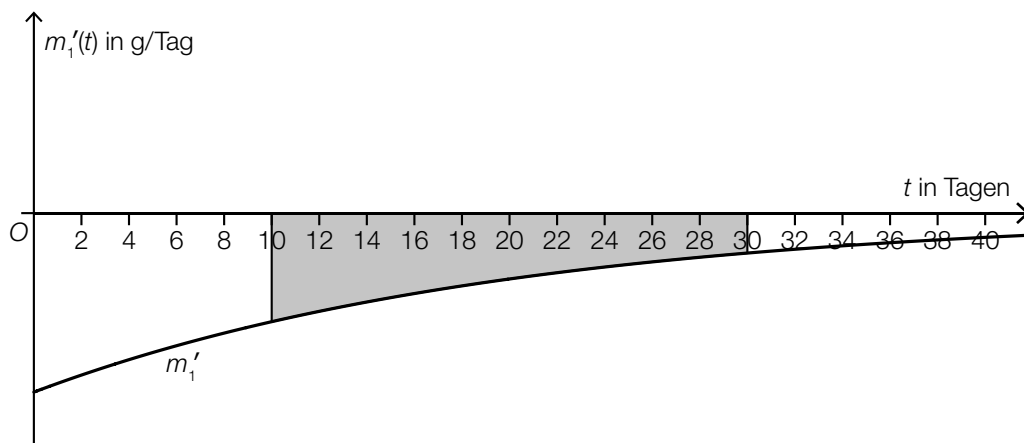
$$D = \underline{\hspace{10cm}}$$

Zum Zeitpunkt $t = 0$ sind von diesem Unkrautvernichtungsmittel 0,18 g im Ackerboden vorhanden.

Nach 4 Tagen sind davon noch 0,14 g vorhanden.

- 2) Ermitteln Sie, nach welcher Zeit die im Ackerboden vorhandene Menge des Unkrautvernichtungsmittels auf 10 % der Anfangsmenge gesunken ist.

- b) In der nachstehenden Abbildung ist die momentane Änderungsrate der im Ackerboden vorhandenen Menge eines anderen Unkrautvernichtungsmittels in Abhängigkeit von der Zeit durch den Graphen der Funktion m_1' dargestellt.



- 1) Interpretieren Sie den Flächeninhalt der in der obigen Abbildung grau markierten Fläche im gegebenen Sachzusammenhang.

Lösung zur Aufgabe 2

Unkrautvernichtungsmittel

$$\text{a1) } D = \frac{m(t_1) - m(2)}{t_1 - 2}$$

$$\text{a2) } 0,14 = 0,18 \cdot b^4$$

$$b = 0,939\dots$$

$$m(t) = 0,18 \cdot 0,939\dots^t$$

Ermitteln der Zeitdauer:

$$0,1 \cdot 0,18 = 0,18 \cdot 0,939\dots^t$$

$$t = 36,6\dots$$

Nach rund 37 Tagen ist die im Ackerboden vorhandene Menge des Unkrautvernichtungsmittels auf 10 % der Anfangsmenge gesunken.

- b1) Der Flächeninhalt der grau markierten Fläche entspricht der Abnahme der im Ackerboden vorhandenen Menge des Unkrautvernichtungsmittels (in g) im Zeitintervall [10; 30] (in Tagen).

Aufgabe 3

Holunderblütensirup

a) Monika kocht Sirup aus Zucker, Wasser und Holunderblüten.

Die Masse des gelösten Zuckers in einem Kilogramm Wasser ist abhängig von der Temperatur des Wassers und kann durch die quadratische Funktion Z_1 modelliert werden.

$$Z_1(x) = 0,3 \cdot x^2 - 0,3 \cdot x + c \quad \text{mit} \quad 20 \leq x \leq 100$$

x ... Temperatur des Wassers in °C

$Z_1(x)$... Masse des gelösten Zuckers bei der Temperatur x in g

c ... Parameter

Bei einer Temperatur von 20 °C beträgt die Masse des gelösten Zuckers in einem Kilogramm Wasser 2 000 g.

1) Berechnen Sie den Parameter c .

Monika berechnet:

$$\frac{Z_1(30) - Z_1(20)}{Z_1(20)} \approx 0,074$$

2) Interpretieren Sie die Zahl 0,074 im gegebenen Sachzusammenhang.

Die Masse des gelösten Zuckers in einem Kilogramm Wasser im Temperaturbereich von 0 °C bis 20 °C soll vereinfacht durch die lineare Funktion Z_0 modelliert werden.

Z_0 hat dabei an der Stelle $x = 20$ die gleiche Steigung und den gleichen Funktionswert wie die Funktion Z_1 .

3) Stellen Sie eine Gleichung der linearen Funktion Z_0 auf.

Lösung zur Aufgabe 3

Holunderblütensirup

a1) $Z_1(20) = 2000$
 $0,3 \cdot 20^2 - 0,3 \cdot 20 + c = 2000$
 $c = 1886$

a2) Erhöht man die Temperatur von 20 °C auf 30 °C, so steigt die Masse des gelösten Zuckers in einem Kilogramm Wasser um rund 7,4 %.

oder:

Erhöht man die Temperatur von 20 °C auf 30 °C, so beträgt die relative Änderung der Masse des gelösten Zuckers in einem Kilogramm Wasser rund 0,074.

a3) $Z_1'(x) = 0,6 \cdot x - 0,3$
 $Z_1'(20) = 0,6 \cdot 20 - 0,3 = 11,7$
 $Z_0(x) = 11,7 \cdot x + d$
 $2000 = 11,7 \cdot 20 + d$
 $d = 1766$
 $Z_0(x) = 11,7 \cdot x + 1766$

Aufgabe 4

Geschwindigkeitskontrolle

- a) Es wird die Geschwindigkeit von 54 Fahrzeugen in einem Ortsgebiet gemessen und in Klassen eingeteilt (siehe nachstehende Tabelle).

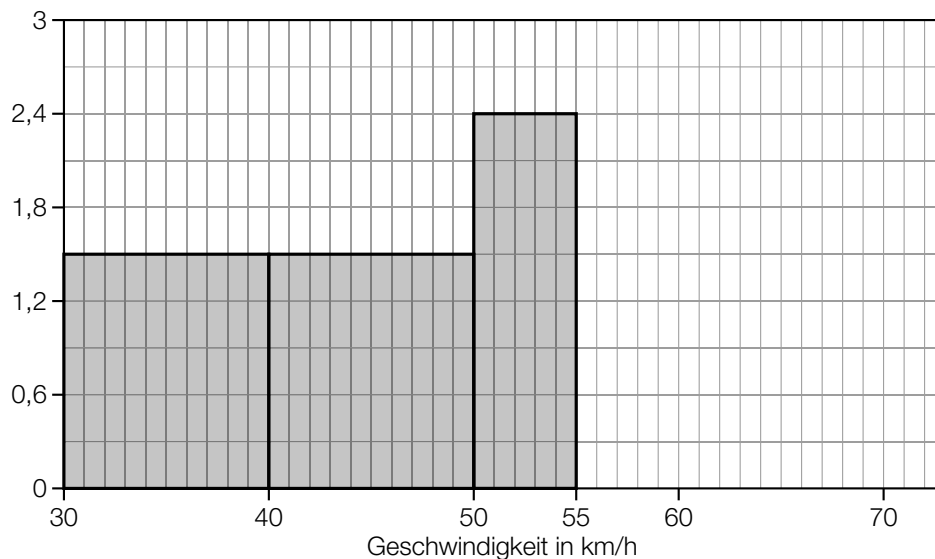
Geschwindigkeit in km/h	Anzahl der Fahrzeuge
(30; 40]	15
(40; 50]	15
(50; 55]	12
(55; 60]	6
(60; 70]	6

- 1) Begründen Sie, warum der Median der gemessenen Geschwindigkeiten nicht in der Klasse (50; 55] liegt.

Aus den gegebenen Daten wird ein Histogramm erstellt.

Der Flächeninhalt eines jeden Rechtecks im Histogramm entspricht der absoluten Häufigkeit der Geschwindigkeiten in der jeweiligen Klasse.

- 2) Ergänzen Sie im nachstehenden Histogramm die fehlenden Rechtecke für die Klassen (55; 60] und (60; 70].



- b) Erfahrungsgemäß ist bei 1 % der bei Geschwindigkeitskontrollen in einem Ortsgebiet kontrollierten Fahrzeuge die Geschwindigkeit höher als 70 km/h. Es wird die Geschwindigkeit von 100 Fahrzeugen gemessen. Die binomialverteilte Zufallsvariable X gibt die Anzahl der Fahrzeuge an, deren Geschwindigkeit höher als 70 km/h ist.

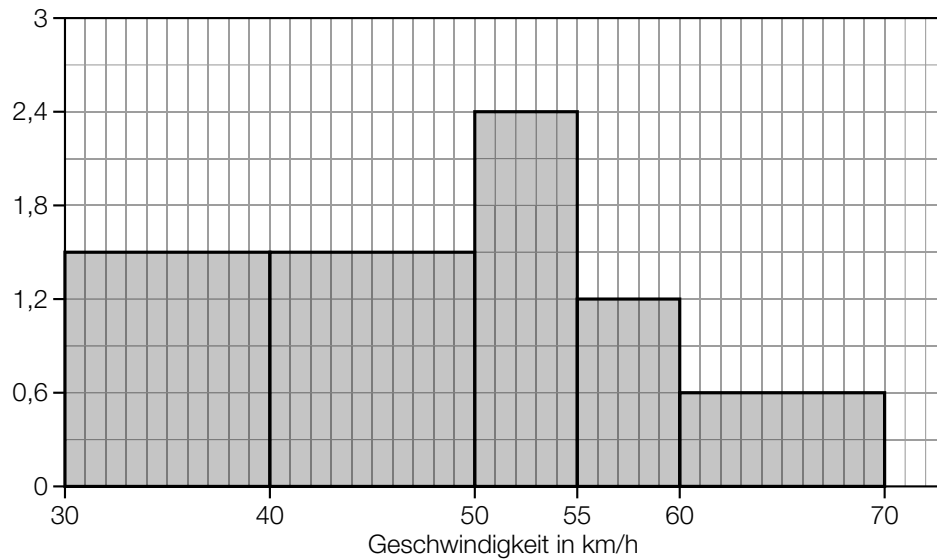
- 1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass bei keinem dieser 100 Fahrzeuge die Geschwindigkeit höher als 70 km/h ist.

Lösung zur Aufgabe 4

Geschwindigkeitskontrolle

a1) Ordnet man die Geschwindigkeiten der 54 Fahrzeuge in aufsteigender Reihenfolge, so kann der Median als das arithmetische Mittel aus dem 27. und dem 28. Wert berechnet werden. Da diese beiden Werte in der Klasse (40; 50] liegen, liegt auch der Median in dieser Klasse.

a2)



b1) $P(X = 0) = 0,99^{100} = 0,366\dots$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt rund 37 %.