



MATHAGO

Schularbeit

Wachstum & Zerfall

Die Mathago Schularbeit besteht aus 6 kurzen Aufgaben (Ankreuzaufgaben, Grundkompetenzen, etc.) und 2 bis 3 längeren Textaufgaben. Diese stammen aus dem Aufgabenpool und den Kompensationsprüfungen des BMBWF. Die Punkteverteilung sieht wie folgt aus:

22 – 24 Punkte	Sehr Gut
19 – 21 Punkte	Gut
16 – 18 Punkte	Befriedigend
12 – 15 Punkte	Genügend
0 – 11 Punkte	Nicht Genügend

Aufgabe 1 (2 Punkte)

Die Zeit, die ein Mensch einem bestimmten Schallpegel täglich ausgesetzt werden darf, wird *Einwirkungsdauer* genannt. Sie kann durch die nachstehende Funktion f modelliert werden.

$$f(x) = a \cdot 0,8^x$$

x ... Schallpegel in Dezibel (dB)

$f(x)$... Einwirkungsdauer beim Schallpegel x in min

Bei einem Schallpegel von 100 dB beträgt die Einwirkungsdauer 12 min.

- 1) Ermitteln Sie den Parameter a .

Aufgabe 2 (2 Punkte)

Auch ein Hund wurde von Milben befallen.

Ohne Therapie verdoppelt sich die Anzahl der Milben jeweils in einem Zeitraum von T Tagen.

1) Ordnen Sie den beiden Satzanfängen jeweils das zutreffende Satzende aus A bis D zu.

Im Zeitintervall $[0; 2 \cdot T]$	
Im Zeitintervall $\left[0; \frac{T}{2}\right]$	

A	erhöht sich die Anzahl der Milben um 100 %.
B	halbiert sich die Anzahl der Milben.
C	vervierfacht sich die Anzahl der Milben.
D	erhöht sich die Anzahl der Milben um etwa 41 %.

Aufgabe 3 (2 Punkte)

Im Rahmen eines biologischen Experiments werden sechs Zellkulturen günstigen und ungünstigen äußeren Bedingungen ausgesetzt, wodurch die Anzahl der Zellen entweder exponentiell zunimmt oder exponentiell abnimmt.

Dabei gibt $N_i(t)$ die Anzahl der Zellen in der jeweiligen Zellkultur t Tage nach Beginn des Experiments an ($i = 1, 2, 3, 4, 5, 6$).

Ordnen Sie den vier beschriebenen Veränderungen jeweils die zugehörige Funktionsgleichung (aus A bis F) zu!

Die Anzahl der Zellen verdoppelt sich pro Tag.	
Die Anzahl der Zellen nimmt pro Tag um 85 % zu.	
Die Anzahl der Zellen nimmt pro Tag um 85 % ab.	
Die Anzahl der Zellen nimmt pro Tag um die Hälfte ab.	

A	$N_1(t) = N_1(0) \cdot 0,15^t$
B	$N_2(t) = N_2(0) \cdot 0,5^t$
C	$N_3(t) = N_3(0) \cdot 0,85^t$
D	$N_4(t) = N_4(0) \cdot 1,5^t$
E	$N_5(t) = N_5(0) \cdot 1,85^t$
F	$N_6(t) = N_6(0) \cdot 2^t$

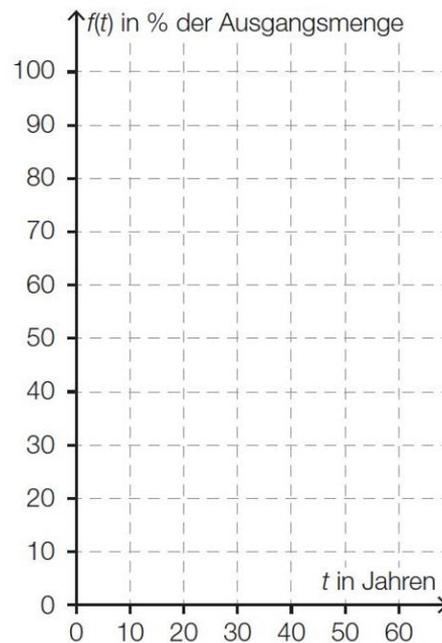
Aufgabe 4 (2 Punkte)

Das radioaktive Isotop ^{137}Cs (Cäsium) hat eine Halbwertszeit von etwa 30 Jahren.

Die Funktion f gibt in Abhängigkeit von der Zeit t an, wie viel Prozent der Ausgangsmenge an ^{137}Cs noch vorhanden sind (t in Jahren, $f(t)$ in % der Ausgangsmenge).

Die zum Zeitpunkt $t = 0$ vorhandene Menge an ^{137}Cs wird als *Ausgangsmenge* bezeichnet.

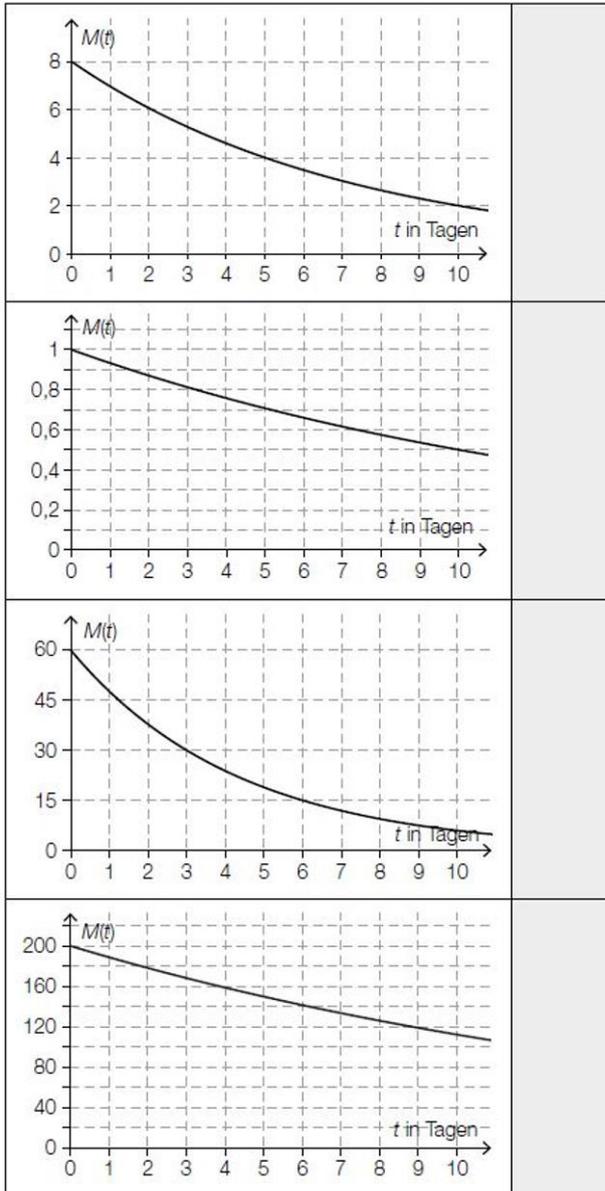
Zeichnen Sie im nachstehenden Koordinatensystem im Zeitintervall $[0; 60]$ den Graphen von f ein.



Aufgabe 5 (2 Punkte)

Die nachstehenden Abbildungen zeigen die Graphen von Exponentialfunktionen, die jeweils die Abhängigkeit der Menge einer radioaktiven Substanz von der Zeit beschreiben. Dabei gibt $M(t)$ die Menge (in mg) zum Zeitpunkt t (in Tagen) an.

Ordnen Sie den vier Graphen jeweils die entsprechende Halbwertszeit (aus A bis F) zu!

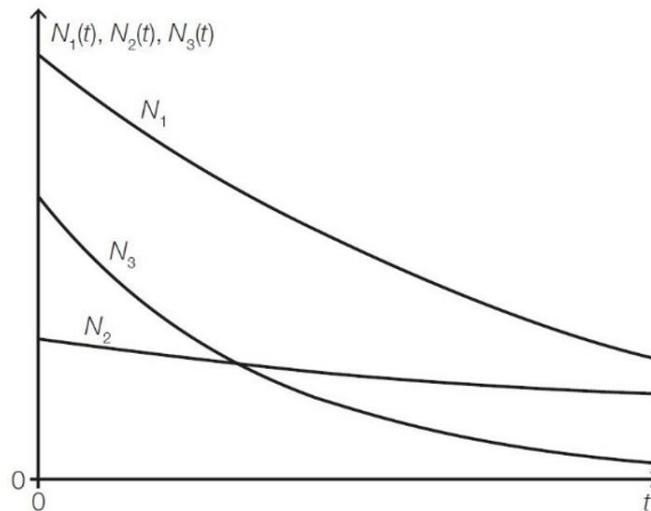


A	1 Tag
B	2 Tage
C	3 Tage
D	5 Tage
E	10 Tage
F	mehr als 10 Tage

Aufgabe 6 (2 Punkte)

Die drei Exponentialfunktionen N_1 , N_2 und N_3 beschreiben jeweils einen Zerfallsprozess mit den zugehörigen Halbwertszeiten τ_1 , τ_2 und τ_3 .

Nachstehend sind Ausschnitte der Graphen dieser drei Funktionen abgebildet.



Ordnen Sie die Halbwertszeiten τ_1 , τ_2 und τ_3 der Größe nach. Beginnen Sie mit der kürzesten Halbwertszeit.

_____ < _____ < _____

Aufgabe 7 (4 Punkte)

Die Vitamin-D-Konzentration in Claudias Blut sinkt ab Herbstbeginn und lässt sich durch die Funktion N beschreiben.

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-0,0173 \cdot t}$$

t ... Zeit ab Herbstbeginn in Tagen

$N(t)$... Vitamin-D-Konzentration in Claudias Blut zur Zeit t in Nanogramm pro Milliliter (ng/ml)

N_0 ... Vitamin-D-Konzentration in Claudias Blut zu Herbstbeginn in ng/ml

Der Körper ist ausreichend mit Vitamin D versorgt, wenn dessen Konzentration im Blut mindestens 30 ng/ml beträgt.

Claudia möchte wissen, wie hoch die Vitamin-D-Konzentration im Blut zu Herbstbeginn mindestens sein muss, damit ihr Körper nach 60 Tagen noch ausreichend mit Vitamin D versorgt ist.

1) Berechnen Sie die dafür notwendige Vitamin-D-Konzentration zu Herbstbeginn.

Im obigen Modell beträgt die Halbwertszeit beim Abbau von Vitamin D in Claudias Körper 40 Tage.

2) Kreuzen Sie die zutreffende Aussage an. [1 aus 5]

Nach 80 Tagen ist noch die Hälfte von N_0 vorhanden.	<input type="checkbox"/>
Nach 100 Tagen ist noch ein Drittel von N_0 vorhanden.	<input type="checkbox"/>
Nach 120 Tagen ist noch ein Viertel von N_0 vorhanden.	<input type="checkbox"/>
Nach 140 Tagen ist noch ein Achtel von N_0 vorhanden.	<input type="checkbox"/>
Nach 160 Tagen ist noch ein Sechzehntel von N_0 vorhanden.	<input type="checkbox"/>

Aufgabe 8 (4 Punkte)

Eine Heizung beginnt um 15 Uhr, einen Wohnraum zu erwärmen. Ab diesem Zeitpunkt kann die Raumtemperatur durch die Funktion T beschrieben werden.

$$T(t) = 24 - 6 \cdot e^{-\lambda \cdot t}$$

t ... Heizdauer in h mit $t = 0$ für 15 Uhr

$T(t)$... Raumtemperatur nach der Heizdauer t in °C

1) Bestimmen Sie die Raumtemperatur um 15 Uhr.

Um 16 Uhr beträgt die Raumtemperatur 21 °C.

2) Berechnen Sie den Parameter λ .

Aufgabe 9 (4 Punkte)

Eine Technikerin modelliert die Datenübertragungsrate in Abhängigkeit von der Entfernung von einem Access-Point mit einer Exponentialfunktion d .

$$d(x) = c \cdot a^x$$

x ... Entfernung in m

$d(x)$... Datenübertragungsrate in einer Entfernung x in Mbit/s

Sie ermittelt folgende Messwerte:

Entfernung in m	5	50
Datenübertragungsrate in Mbit/s	500	10

- 1) Berechnen Sie die Parameter a und c der Exponentialfunktion d .
- 2) Kreuzen Sie die auf diese Exponentialfunktion d nicht zutreffende Aussage an. [1 aus 5]

Die Funktionswerte der 1. Ableitung der Funktion d sind negativ.	<input type="checkbox"/>
Die x -Achse ist für den Graphen der Funktion d eine Asymptote.	<input type="checkbox"/>
Wird der Änderungsfaktor a in der Form e^k geschrieben, muss k positiv sein.	<input type="checkbox"/>
Die Funktion d hat an der Stelle $x = 0$ den Funktionswert c .	<input type="checkbox"/>
Die Funktionswerte der 2. Ableitung der Funktion d sind positiv.	<input type="checkbox"/>